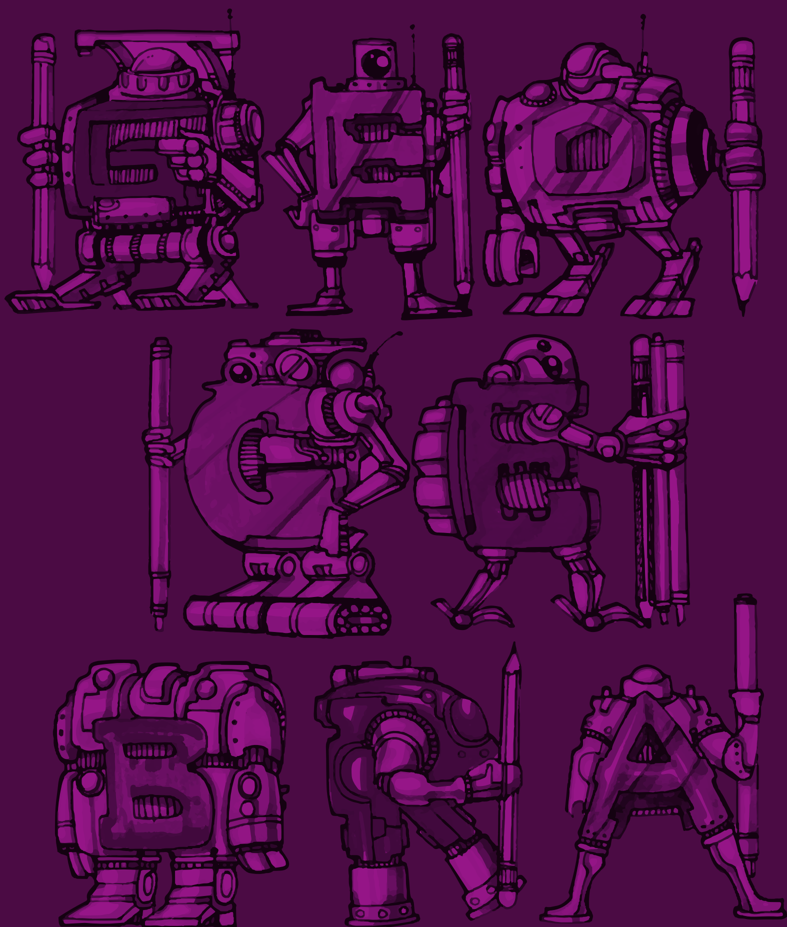
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN

1949 - 2019

Edición N° 1
Diciembre 2019

Memorias
de la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra



UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN

Memorias de la I Jornada Ecuatoriana de Geogebra

Javier Loyola (Chuquipata)
Universidad Nacional de Educación-UNAE
Del 21 al 22 de mayo de 2019

Memorias de la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra

Coordinador:
Abdón Pari Condori

Comité Organizador:
Abdón Pari Condori
Joana Valeria Abad Calle
Henry Onel Ulloa Buitrón

Comité Científico:
Marco Vinicio Vásquez Bernal
Roxana Auccahuallpa Fernández
Marcos Manuel Ibarra Núñez

Revisores Académicos:
Jonathan Alexander España Eraso
Mario Madroñero Morillo

Créditos:
Este libro fue editado con el financiamiento de la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI).

EditorialUNAE

Director Editorial
Mgtr. Sebastián Endara
Diseño y diagramación
Lcdo. Vinicio García
Dis. Pedro José Molina
Corrección de textos
Lic. Karina López
Ilustración
Lic. Antonio Bermeo
Asistente Editorial
Ing. Andrea Terreros

Impresión
UNAE - EP.
Tiraje: 500 ejemplares
Diciembre, 2019
Azogues - Ecuador
ISBN: 978-9942-783-39-4 Impreso
ISBN: 978-9942-783-42-4 Digital
Universidad Nacional de Educación del Ecuador- UNAE,
Parroquia Javier Loyola (Chuquipata), Azogues - Ecuador
Teléfonos: (593) (7) 3701200
www.unae.edu.ec
editorial@unae.edu.ec

Índice

5 Prólogo

CONFERENCIAS

11 **Objetos de aprendizaje-potencialidades de la vista tridimensional**
Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa

23 **El impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas**
Abdón Pari Condori

37 **GeoGebra móvil en la enseñanza de matemáticas**
Marcos Manuel Ibarra Núñez

51 **Materiales y recursos para aprovechar lo que ofrece la comunidad GeoGebra**
Agustín Carrillo de Albornoz Torres

61 **GeoGebra como recurso para enseñar matemáticas apoyándose en demostraciones matemáticas**
Marco Vinicio Vásquez Bernal

PONENCIAS

75 **Elaboración de animaciones en GeoGebra para motivar el estudio de Geometría Analítica**
Andrés Esteban Merino Toapanta y Mario Edmundo Cueva Almeida

83 **Guía didáctica para el gráfico de las funciones seno y coseno para segundo año de bachillerato general unificado mediante GeoGebra**
Santiago Riofrío Sarmiento, Cesar Trelles-Zambrano y Adriana Genoveva Samaniego Benavidez

97 **Aplicación de GeoGebra en la teoría de grafos**
Pablo Andrés Guallpa Erráez, Cristina Alexandra Sarmiento Plaza y César Trelles-Zambrano

107 **GeoGebra y el modelo de Van Hiele para el desarrollo de teoremas geométricos**
Carlos Vicente Llerena Aguilar, Fabrizio Logiurato y Juan Francisco Tlapanco-Limón

117 **Secuencias didácticas con GeoGebra: aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas**
Richar Lutter Calderón Zambrano, Germán Wilfrido Panamá Criollo y Carlos Gonzalo Morales Figueroa

129 **Experiencia de la enseñanza y aprendizaje del álgebra y geometría con ayuda de GeoGebra**
Carlos Gonzalo Morales Figueroa y German Wilfrido Panamá Criollo

TALLERES

143 **GeoGebra en la enseñanza de la Estadística Descriptiva**
Fredy Rivadeneira Loor

149 **GeoGebra y la etnomatemática**
Roxana Auccahuallpa Fernández

PRÓLOGO

Por Abdón Pari Condori
Coordinador

A puertas de la tercera década del siglo XXI, las nuevas tecnologías tienen un gran potencial para mejorar a partir de la relación con diferentes campos del saber humano. La efectividad de los medios depende de las habilidades de quienes los emplean, por lo tanto, es importante tener en cuenta no solo los objetivos que se buscan en la educación sino también el aprendizaje y la enseñanza en general, y en particular de las matemáticas, por lo que nos enfocamos en la concepción y comprensión del uso de GeoGebra como recurso didáctico para el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

GeoGebra mucho más que geometría dinámica, es un programa de matemática dinámica de gran ayuda para la enseñanza de las matemáticas, de libre acceso y multiplataforma que combina de forma dinámica e interactiva: geometría, álgebra, aritmética, análisis, estadística y probabilidades en un solo paquete, mientras que otros programas lo tratan por separado.

GeoGebra fue creada por Markus Hohenwarter en 2001, desde el departamento de Didáctica de la Matemática como parte de su tesis de maestría en Educación Matemática e Informática en la Universidad de Salzburgo (Austria). Este programa relaciona un entorno sencillo, amigable y potente con el que podemos realizar fácilmente construcciones geométricas y analíticas. Además es extremadamente fácil de manejar y se encuentra disponible en la dirección www.GeoGebra.org a través de la que se ha creado una comunidad alrededor de GeoGebra en la que se comparten materiales de forma gratuita y voluntaria.

En correspondencia con esa perspectiva, el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) con sede en la Universidad Nacional de Educación-UNAE, impulsa la integración de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas en el país, para todos los niveles del Sistema Educativo, desde la educación Inicial, Básica, Bachillerato y Superior. A la vez, motiva a los investigadores, matemáticos, profesores de matemáticas y estudiantes universitarios, a conformar una comunidad de usuarios y expertos en GeoGebra con miras a su integración a la práctica en el aula de clases.

En este libro se compilan los diversos aportes de expertos en GeoGebra, tanto nacionales como internacionales, cuyos aportes quedan registrados en conferencias, plenarias, ponencias y talleres. La I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra fue organizada por el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con el apoyo de la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) y realizada en la Universidad Nacional de Educación, los días 21 y 22 de mayo de 2019, contó con una asistencia masiva que superó más de trecientos participantes de todo el país entre profesores y estudiantes.

Entre los expositores internacionales participaron especialistas de España, Chile-México y Brasil. Y expertos nacionales de diferentes universidades del país como: la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, la Universidad de Cuenca, la Universidad Técnica de Manabí, la Universidad Técnica de Machala, la Universidad Técnica de Ambato y la Universidad Nacional de Educación.

Los lectores encontrarán diferentes temas presentados en el evento nacional, que van desde las actividades más elementales hasta las más avanzadas que se plantean para la integración de GeoGebra como una herramienta poderosa para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Encontramos, por ejemplo, las conferencias que tratan los objetos de aprendizaje tridimensional para apoyar a la comprensión de conceptos matemáticos que permite a los estudiantes: interactuar, intuir, manipular, representar, argumentar, inferir, generalizar, investigar y descubrir objetos de aprendizaje de la geometría, álgebra, cálculo diferencial e integrales de funciones multivariadas para la derivada direccional, curvas de nivel e integrales dobles y simuladores robóticos.

Las actividades matemáticas organizadas en secuencias didácticas, a través de la construcción de los conceptos con el soporte de ordenadores o la aplicación de GeoGebra móvil, permite dinamizar la clase, además de evidenciar el desarrollo de demostraciones matemáticas a través de tareas construidas en GeoGebra para replicar demostraciones formales que aseguran la asimilación del conocimiento en los estudiantes.

En esta perspectiva se proyectan vías para el acceso y uso del material que produce la comunidad de GeoGebra con la intención de promover un cambio en la enseñanza de las matemáticas, debido a que en los últimos años la integración de esta herramienta en el aula y la enseñanza eficaz de las matemáticas, han despertado el interés de investigadores, profesores de matemáticas y responsables de las políticas educativas de los diferentes países.

Las ponencias relacionan las experiencias en el aula en las que se presentan aplicaciones como: la construcción animada en GeoGebra para motivar el aprendizaje de la geometría analítica, guías didácticas para graficar funciones de seno y coseno en el bachillerato unificado, secuencias didácticas para el aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas, el uso de GeoGebra y el modelo de Van Hiele para el desarrollo de teoremas geométricos, la aplicación del software en la teoría de grafos y experiencias de enseñanza y aprendizaje de álgebra y geometría.

En la última sección, se exponen dos talleres: el primero evidencia una alternativa metodológica de Enseñanza de la Estadística Descriptiva con GeoGebra. Y el segundo, la propuesta sobre GeoGebra y la Etnomatemática que desarrollan actividades correspondientes al proceso de medir a través del desarrollo de orden, tamaño, unidades, sistemas de medida, la precisión y la magnitud continua en la construcción de las figuras realizadas con GeoGebra.

Este material, es una fuente importante y útil de información para profesores y estudiantes de los diferentes niveles del sistema educativo ecuatoriano, y en particular para los interesados en iniciarse y profundizar en el conocimiento, uso y aplicación de GeoGebra como un recurso didáctico para aprender, enseñar e investigar las matemáticas.

Las I Jornadas de GeoGebra se realizaron desde un esfuerzo conjunto, motivo por el que expresamos nuestro agradecimiento a Sara Jaramillo y a Henry Ulloa de la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) por su apoyo para la publicación de este libro. Nuestro agradecimiento también a cada uno de los autores de las conferencias, ponencias y talleres, a la Editorial de la Universidad Nacional de Educación, a la Comisión Académica por la revisión y selección de los trabajos y a los revisores internacionales que han contribuido con sus observaciones y recomendaciones para los fines de la mejora de la Educación Matemática.

CONFERENCIAS

Objetos de aprendizaje-potencialidades de la vista tridimensional

Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa[1]
Universidade Luterana do Brasil

Resumen

Esta conferencia presenta los objetos de aprendizaje tridimensionales para dar apoyo a la comprensión de conceptos matemáticos para los que la visualización propicia situaciones que permiten al estudiante identificar, realizar inferencias y generalizaciones. Se

1 Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pelo programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luetrana do Brasil (ULBRA). Professor da ULBRA do curso de Matemática Licenciatura e da Engenharia e participa de projetos de ensino com tecnologías. Entusiasta da robótica e do GeoGebra, procura colocar o lúdico no ensino da Matemática, levando significado aos conceitos matemáticos ao interliga-los com a realidade. Correo electronico: iaqchan@hotmail.com;iaqchan@ulbra.br

desarrollaron objetos de aprendizaje para el Cálculo Diferencial e Integral de Funciones Multivariadas para la derivada direccional, curvas de nivel e integrales dobles. Para el estudio de la representación polar, los objetos de aprendizaje se presentan en la forma de simuladores robóticos, para los que los estudiantes utilizan comandos, en forma polar, del movimiento a ser realizado. Las actividades con los materiales desarrollados deben ser organizadas en secuencias didácticas que permiten el aprendizaje a través de la construcción de los conceptos involucrados con soporte en la visualización de los objetos matemáticos, sus características y propiedades.

Palabras clave: Educación matemática, GeoGebra, Objetos tridimensionales.

Objetos de aprendizagem - potencialidades da visualização tridimensional

Resumo

Esta conferência apresenta os objetos de aprendizagem tridimensionais desenvolvidos para dar apoio à compreensão de conceitos matemáticos para os quais a visualização propicia situações que permitem ao estudante identificar e realizar inferências e generalizações. Foram desenvolvidos objetos de aprendizagem para o Cálculo Diferencial e Integral de funções multivariadas para a compreensão da derivada direcional, curvas de nível e integrais duplas. Para o estudo da representação polar foram os objetos de aprendizagem são apresentados na forma de simuladores robóticos, os quais os alunos utilizam comandos na forma polar do movimento a ser realizado. As atividades com os materiais desenvolvidos devem ser organizadas em sequências didáticas que permitam a aprendizagem através da construção dos conceitos envolvidos com suporte na visualização dos objetos matemáticos, suas características e propriedades.

Keywords: Educação Matemática, GeoGebra, Objetos tridimensionais.

Introdução

A visualização, como uma maneira de organizar o pensamento e dar suporte a compreensão dos conceitos matemáticos, vem sendo abordada em pesquisas que trazem como pauta das discussões, o ensino que valoriza a construção dos conceitos em detrimento dos processos algorítmicos. Os estudos sobre a visualização originaram-se na área da psicologia que estabelece a relação das habilidades de visualização com as habilidades cognitivas espaciais (Lohman, 1996).

Ressalta-se que o processo de visualização é uma ação mental ou física a nas quais as imagens mentais estão envolvidas. São considerados dois processos na visualização, a interpretação de informação para criar imagens mentais e a interpretação da imagem mental para gerar informação, com a segunda entendida como: a observação e análise de imagens mentais; a transformação de imagens mentais em outras imagens; e a transformação de imagens em outro tipo de informação (Gutiérrez, 1996).

Se na psicologia as pesquisas sobre visualização, habilidade espacial e imagem mental são de longa data, na educação matemática estes estudos iniciam na década de 80, sendo fundamentados nos estudos da psicologia cognitiva e considerando os aspectos do pensamento visual na aprendizagem matemática, no campo da didática da matemática, semiótica e perspectivas sócio-culturais (Flores, Wagner, & Buratto, 2012).

De acordo com o contexto, psicologia, matemática ou educação matemática, o termo visualização é interpretado de maneira diferente. Segundo Gutiérrez (1996), na educação matemática, são usados desenhos, figuras, diagramas, representações computacionais como parte das atividades diárias nas salas de aula. De modo que os educadores matemáticos consideram que a imagem mental e as representações externas têm que interagir para uma melhor compreensão e solução da situação problema.

Na educação matemática o recurso visual permite a associação das imagens a conceitos e, nesse âmbito desenvolve-se os objetos de aprendizagem para a aprendizagem do Cálculo para funções multivariadas e a representação polar. Sendo a habilidade espacial considerada como a habilidade de gerar, reter, recuperar e transformar imagens visuais (Lohman, 1996), é necessário o acesso a essa informação, na forma de imagem, para que ela possa ser reproduzida mentalmente ou externamente para a resolução de um problema.

As pesquisas para o desenvolvimento dos objetos de aprendizagem tridimensionais, as sequências didáticas e a sua aplicação em sala de aula, estão vinculadas aos aspectos didáticos da aprendizagem matemática. Os trabalhos consideram que a abstração, o raciocínio e a lógica são essenciais para a aprendizagem matemática, e valorizam mais a compreensão do que o processo algorítmico, fazendo uso das imagens como um suporte ao pensamento matemático, propiciando um ambiente experimental interativo que possibilita ao aluno realizar conjecturas e, em um processo de interação, observação e reflexão para generalizar propriedades e abstrair conceitos.

Os objetos de aprendizagem tridimensionais

Segundo Merril (2002), objetos de aprendizagem sem um design instrucional são somente objetos de conhecimento. Para Cálculo Diferencial e Integral, envolvendo funções de duas variáveis, foram desenvolvidos objetos de aprendizagem que proporcionam ao estudante situações para explorar e formular conjecturas, confrontando conceitos e conhecimentos prévios apresentados no estudo de funções de uma variável independente.

A figura 1 apresenta o objeto de aprendizagem para o estudo da derivada direcional com vista tridimensional anáglifa. Na janela a esquerda introduz-se a função, e manipula-se o ponto e a direção para a derivada direcional. Na janela tridimensional o estudante visualiza o plano tangente no ponto selecionado e a projeção do vetor direção. Os botões permitem que sejam ocultadas a função, o vetor direção e o plano tangente, diminuindo a quantidade de objetos gráficos para facilitar a visualização e exploração de situações.

Figura 1.

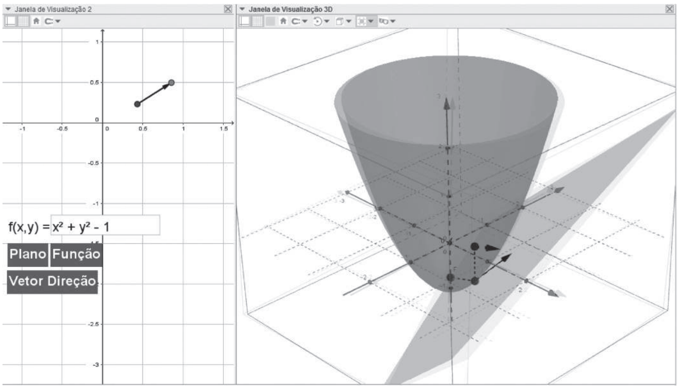


Figura 1. Objeto de aprendizagem para o estudo da derivada direcional
Fonte: O autor.

A atividade com o este objeto de aprendizagem é organizada e orientada fazendo uso de questionamentos utilizando os conhecimentos prévios de funções de uma variável e pode ser iniciada com o paraboloide $f(x,y)=x^2+y^2-1$.

- Qual o valor de $f(x_1,y_1),f(x_2,y_2)$ e $f(x_3,y_3)$? Escolhendo os pontos para gerar as situações de valor positivo, negativo e zero.
- No ponto (x_1,y_1) a função é crescente ou decrescente? O objetivo é que o aluno veja a necessidade de se adotar uma direção pois somente com o ponto não é possível afirmar a característica de variabilidade da função.
- Relembrando que na função de uma variável temos um ponto crítico quando a taxa de variação é zero, ou seja, $\frac{af}{ax}=0$. Para o ponto (x_2, y_2) (que não é um ponto crítico da função) temos um ponto de máximo ou de mínimo? Nesse ponto existe uma direção em que a taxa de variação é nula? Então porque não é ponto crítico? Para esses

questionamentos deve-se ativar o vetor direção e o plano tangente do objeto de aprendizagem para que, através de experimentações, o estudante identifique a variação é nula somente em duas direções.

- A função tem um ponto de máximo ou de mínimo definido? Quais são as características de variação nesse ponto? (Manipulando o ponto o estudante é levado a encontrar o ponto de mínimo do paraboloide e, realizando mudanças no vetor direção, identifica que a taxa de variação permanece nula mesmo com a mudança de direção do vetor).

A função $f(x,y)=x^2-y^2+1$ tem um ponto de máximo ou de mínimo definido? Quais são as características da função no ponto (0,0) ? (O hiperboloide de uma folha tem um ponto crítico que não é ponto de máximo ou de mínimo, mas um ponto de sela. Nesta situação o estudante, através da rotação do hiperboloide, verifica as propriedades do ponto crítico e comprova pela visualização que não basta somente uma de variação nula em todas as direções para que seja ponto de máximo ou de mínimo).

- A figura 2 apresenta o objeto tridimensional anáglifo para aprendizagem de curvas de nível e as integrais duplas para cálculo da região topológica delimitada pela função.

Figura 2.

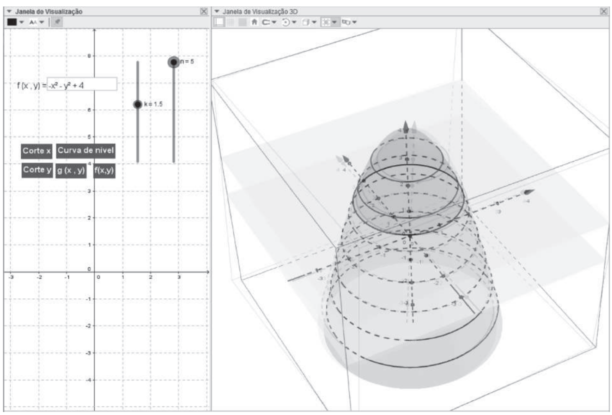


Figura 2. Objeto de aprendizagem para curvas de nível e estudo de regiões entre funções
Fonte: O autor.

Para o estudo de curvas de nível, o objeto possui botões para ativar o plano de corte paralelo ao plano XY. Para as curvas de nível tem-se disponível dois botões, um que controla o plano de intersecção paralelo ao plano XY e outro que apresenta as curvas para os valores inteiros de $f(x,y)$.

O estudante manipula o controle k e altera o plano paralelo ao plano XY que apresenta a curva de intersecção com a função identificando o que é a curva de nível. Manipulando o controle n, aparecem curvas de nível com valores inteiros para $f(x,y)$ e rotacionando a função para uma vista de topo o aluno visualizará as curvas de nível. Essa atividade permite a compreensão da relação entre a representação bidimensional das curvas de nível e a representação tridimensional da função.

Para o estudo das integrais duplas e regiões topológicas entre a função e o plano XY, o objeto, figura 3, disponibiliza botões para ativar o plano perpendicular ao eixo x ou y, para dar suporte ao conceito da integral dupla. É possível usar da visualização para fazer um paralelo em relação a soma de Riemann como a soma das regiões definidas pelo plano manipulado. No painel esquerdo é possível manipular os pontos A, B, C e D que definem a região retangular "abaixo" da função e, consequentemente, os intervalos de integração.

Nos dois objetos o estudante insere a função que deseja estudar nos campos apropriados, possibilitando o estudo de quaisquer funções. O uso da representação geométrica tridimensional permite a interpretação do objeto estudado com noções de profundidade, evitando a perda de informação que ocorre na representação em perspectiva.

As imagens apresentadas no presente artigo foram reproduzidas com o recurso estereoscópico anáglifo e recomenda-se o uso dos óculos apropriados para melhor visualização.

Figura 3.

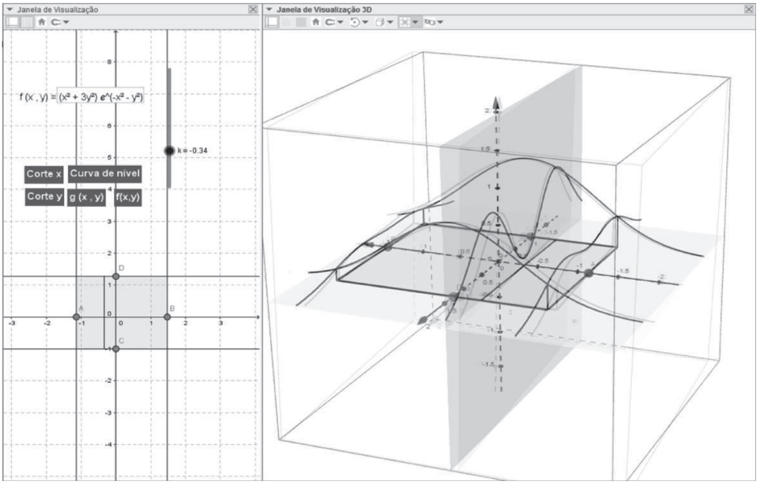


Figura 3. Objeto de aprendizagem para curvas de nível e estudo de regiões entre funções
Fonte: O autor.

Na disciplina de Cálculo são estendidos os conceitos de valor e variação das funções para que o estudante desenvolva a capacidade de, através das análises da função em um ponto, utilizar de estratégias preditivas para determinar as situações dos fenômenos associados ou representados pela função e assim decidir e tomar as ações quando necessário. Entende-se, deste modo, que o recurso visual proporciona situações para a compreensão das características da função em um ponto.

Os simuladores robóticos tridimensionais propiciam situações nas quais o ambiente de interação possibilita ao aluno identificar a necessidade de referenciar os objetos no espaço na representação polar, pois assim se movimentam os braços robóticos, com rotações e extensões.

Foram desenvolvidos dois simuladores robóticos o primeiro, Figura 4, apresenta um braço robótico que rotaciona sobre sua base e estende seu braço. O objeto de aprendizagem coloca uma bola aleatoriamente no plano e, para que o braço a pegue é necessário informar quanto o braço estende e rotaciona. Recomenda-se que os alunos tentem pegar a bola e verifiquem que há a necessidade de um cálculo a ser realizado para que a bola seja pega.

Figura 4.

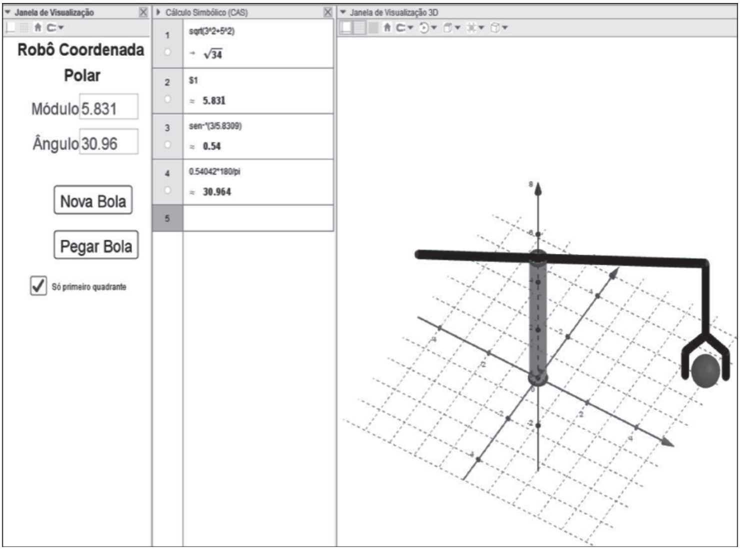


Figura 4. Simulador robótico 1 para aprendizagem da representação polar
Fonte: O autor.

A interação na janela 3D permite que o aluno identifique o triângulo retângulo formado pelas coordenadas e o braço do robô, sendo possível que o mesmo calcule quanto o braço deve estender para pegar a bola.

Para o cálculo da rotação pode-se valer do uso das operações trigonométricas inversas como o arcoseno ou arcotangente, determinando assim o valor que o braço deve rotacionar. Também é possível utilizar a janela de CAS para que o GeoGebra determine o valor do ângulo, mas sendo o objetivo do objeto de aprendizagem apresentar a representação polar considera-se oportuno o ensino das operações trigonométricas inversas.

Na Figura 5, apresenta-se o segundo simulador robótico que se assemelha mais aos braços robóticos reais. Este simulador deve ser apresentado posteriormente ao primeiro simulador para que o aluno já identifique quais os cálculos devem ser realizados. Por este simulador representar um braço articulado é necessário que seja calculado o ângulo de abertura para que se consiga a distância entre a base e a bola a ser pega. Para esse cálculo utiliza-se da lei dos cossenos $a^2=b^2+c^2-2bc \cos \theta$, para b e c o tamanho dos segmentos do braço robótico e a distância entre a base e a bola. Nesta situação utiliza-se o arco cosseno para determinar o ângulo de abertura do braço.

Figura 5.

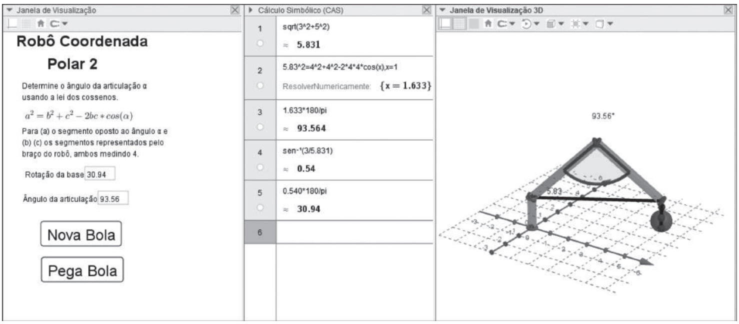


Figura 5. Simulador robótico 2 para aprendizagem da representação polar
Fonte: O autor.

Deste modo nos simulares robóticos a representação polar tem um significado prático e útil, proporcionando situações para que o aluno desenvolva a capacidade de identificar a qual a melhor representação espacial de acordo com a situação problema que se apresenta.

Ressalta-se que os simuladores propiciam a introdução às operações trigonométricas inversas devendo ser explorado as situações posicionais da bola para chamar a atenção aos arcos côngruos como é o caso quando a bola está no segundo e terceiro quadrantes. Também chamamos a atenção que os resultados das operações trigonométricas inversas são em radianos e requerem a conversão para graus.

Conclusão

O uso do GeoGebra para estudos das funções multivariadas, ofereceu a experimentação de situações diferenciadas que possibilitaram a observação das características e propriedades geométricas dos objetos para formulação de conjecturas e compreensão dos conceitos matemáticas estudados como a derivada direcional, os pontos críticos de funções multivariadas, a representação por curvas de nível e a região topológica delimitada pela superfície e o plano XY.

Os objetos de aprendizagem para as funções multivariadas são utilizados nas turmas das engenharias da ULBRA e percebeu-se que a há uma melhora na compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos, não ficando na operacionalização sistemática e algébrica para o cálculo de pontos críticos e integrais duplas. Os alunos externam que representações tridimensionais estereoscópicas (utilizando óculos 3D) auxiliam no entendimento da variabilidade da função pela visualização e interação com os objetos tridimensionais, levando a compreensão das características das funções multivariadas em um determinado ponto. Os simuladores robóticos estão sendo aplicados em classes experimentais do curso Licenciatura em Matemática e ainda não formalizamos os resultados.

Referencias bibliográficas

Flores, C., Wagner, D., & Buratto, I. (2012). Pesquisa em visualização na educação matemática : conceitos, tendências e perspectivas. *Educação Matemática Pesquisa, 14*(1), 31–45.

Gutiérrez, Á. (1996). Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework. In *Proceedings of the 20th PME Conference,* 1, 3–19 https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004

Lohman, D. (1996). Spatial Ability and g. In *Human Abilities: Their Nature and Measurement,* pp. 97–116. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Merrill, D. (2002). Position statement and questions on learning objects research and practice. In *Learning objects technology: Implications for educational research and practice, AERA.* New Orleans. Retrieved from http://www.learndev.org/LearningObjectsAERA2002.html

El impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas

Abdón Pari Condori[1]
Universidad Nacional de Educación

Resumen

El objetivo de esta conferencia es reflexionar y analizar el impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas desde el proyecto de investigación institucional del grupo Eureka 4i. En

1 Doctor en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Salamanca, España. Máster en Matemáticas por la Universidad Católica del Norte, Chile. Licenciado en Educación Matemática por la Universidad Peruana Unión. Coordinador del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra. Docente investigador de la Universidad Nacional de Educación-UNAE. / abdon.pari@unae.edu.ec

las últimas décadas ha despertado el interés de muchos matemáticos, investigadores, educadores y profesores de matemáticas, la integración de las TIC en la educación matemática. A nivel internacional hubo más de 15.000 artículos sobre GeoGebra entre 2012 y 2017. Recientemente, se celebró el XV Congreso Interamericano de Educación Matemática (CIAEM, 2019), en la Universidad de Medellín, Colombia, del 5 al 10 de mayo de 2019, en el que se presentaron 400 trabajos, de los que 72 eran sobre TIC y de ellos 42 sobre GeoGebra. Sin embargo, poco se conoce sobre el impacto de las TIC (GeoGebra) en el proceso educativo.

En estos dos últimos años, en Ecuador se ha iniciado un curso de Formación Continua de "GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas en Educación Básica" en forma bimodal: parte presencial y parte virtual. Además dicho curso es una de las actividades del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la Universidad Nacional de Educación-UNAE y en trabajo conjunto con el Ministerio de Educación y la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI).

Palabras clave: Educación matemática, TIC, GeoGebra y Didáctica de la matemática.

The impact of GeoGebra in the mathematics teachers' professional development

Abstract:

This conference aims to reflect and analyze the impact of GeoGebra on professional development, the mathematics faculty and part of an institutional research project of the Eureka 4i group. The latest news has awakened the interest of many mathematicians, researchers, educators and teachers of mathematics, the integration of ICT in

mathematics education. Internationally there were more than 15,000 articles on GeoGebra between 2012 and 2017. The 15th Inter-American Congress of Mathematics Education (CIAEM, 2019) was held at the University of Medellin, Colombia, from May 5 to 10, 2019, in which 400 works have been presented, of which 72 were on ICT and of them 42 on GeoGebra. However, little is known about the impact of ICT (GeoGebra) on the educational process. In Ecuador, in the last two years a Continuing Education course of "GeoGebra as a didactic resource for the teaching of mathematics in Basic Education" has been started in a bimodal way: face-to-face and virtual part. It is one of the activities of the Ecuadorian Institute of GeoGebra based at the National University of Education with the Ministry of Education and the Organización de Estados Iberoamericanos (OEI).

Keywords: Mathematics education, ICT, GeoGebra and Mathematics didactics.

Introducción

Esta conferencia se presenta principalmente con el fin de ofrecer a los participantes una aproximación sobre el impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional de los docentes de matemáticas con base en la literatura disponible y en la experiencia de trabajar con profesores en servicio en los cursos de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica, que se oferta desde el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra, con sede en la Universidad Nacional de Educación.

Por un lado, la tecnología de la información y la comunicación (TIC) es una fuerza que ha cambiado muchos aspectos de la forma en que vivimos. No obstante, en el pasado ha ocurrido lo mismo con la radio y la televisión. Incluso el invento de la rueda y el arado eran tecnologías de punta para su época. En ese sentido, el acelerado desarrollo científico y tecnológico de las últimas décadas ha jugado un rol fundamental en los diferentes campos del saber humano como medicina, arquitectura, ingeniería, turismo, negocios, viajes, derecho y otros.

Las tecnologías de la información y la comunicación están siendo integradas en el proceso de enseñanza-aprendizaje en muchas instituciones educativas del mundo (Ertmer, 2005; Juang, et al. 2008; Friedman, et al. 2009; Ismail, et al. 2010). Para integrar de manera eficaz la tecnología en el proceso educativo, los profesores de matemáticas necesitan tener un buen conocimiento matemático, conocimiento tecnológico, conocimiento pedagógico y lo que es más importante una combinación complementaria y armoniosa de esos elementos denominada TPACK (Mishra y Koehler, 2006).

Por otro lado, el Estado ecuatoriano ha orientado sus políticas educativas para mejorar la calidad de la educación, mediante la promulgación de la Ley Orgánica de la Educación Superior (LOES, 2010) y la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI, 2011). Dichas leyes se fundamentan en los principios constitucionales del país establecidos en la Constitución Política del Ecuador (2008).

En esa perspectiva, el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la Universidad Nacional de Educación, el Ministerio de Educación (MinEduc) y la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) están impulsando la integración de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para profesores en servicio y profesores en formación.

Antecedentes

La investigación sobre el uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas es abundante. Acorde a la búsqueda avanzada de Google Académico (agosto de 2017), entre 2012 y 2017, hubo más de 15000 artículos sobre GeoGebra, más de 5000 sobre TPACK de profesores de matemáticas y alrededor de 100 artículos combinando ambos (Kasti y Jurdak, 2017).

Sin embargo, muy pocos abordan el impacto de GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Al revisar y analizar la literatura relevante, Kasti y Jurdak (2018) encontraron lo siguiente:

1) La investigación sobre integración de tecnología se está enfocando en el diseño, la implementación y el impacto de las tareas que están destinadas a futuros docentes y practicantes para su aprendizaje profesional sobre el uso de las tecnologías en el aula. Sin embargo, la aplicación de estas teorías (teorías sobre la integración de la tecnología y el conocimiento de los docentes) en el diseño de tareas destinadas a las iniciativas de aprendizaje profesional de los docentes está en su etapa inicial.

2) La brecha entre las necesidades de los docentes y los contenidos de formación docente, es un tema poco representado en el campo de la investigación en Educación Matemática.

3) Existe evidencia de que GeoGebra se está utilizando ampliamente en todo el mundo; ha sido traducida a cincuenta y cuatro idiomas y utilizada por millones de maestros de todo el mundo durante más de 15 años (Hohenwarter, GeoGebra Global Gathering, 2017).

4) Un estudio relacionado sobre GeoGebra y TPACK, con profesores de matemáticas de secundaria, determinó que la creación de actividades dinámicas es esencial para el desarrollo del TPACK de los docentes.

Marco teórico

El marco teórico más mencionado es el modelo TPACK (Techonologycal, pedagogycal and Content Knowlegdle). El término TPACK fue propuesto por Mishra y Koehler (2006). Este modelo afirma que cada vez que la nueva tecnología debe utilizarse de manera efectiva, el profesorado debe desarrollar un equilibrio dinámico entre tres elementos: tecnología, pedagogía y contenido como se muestra en la figura 1.

Figura 1.

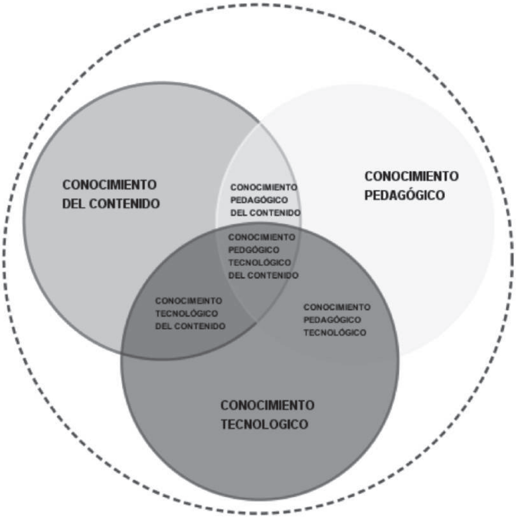


Figura 1. Conocimiento Técnico Pedagógico del Contenido (Mishra y Koehler, 2006)

A pesar de la gran cantidad de investigaciones realizadas en TPACK es necesario una investigación a través de estudios de observación participante para determinar la naturaleza, la magnitud y la interacción de los elementos TPACK en la dinámica docente y las prácticas en el aula. Los cambios de conocimiento en los docentes pueden llevar a cambios en las prácticas en el aula y estos cambios pueden medirse de manera confiable mediante la encuesta TPACK.

GeoGebra

GeoGebra es un software de matemática dinámica de gran ayuda para la enseñanza de las matemáticas, de libre acceso y multiplataforma, que combina de forma interactiva: geometría, álgebra, aritmética, análisis, estadística y probabilidades en un solo paquete, mientras que otros programas lo tratan por separado. El software fue creado por Markus Hohenwarter en 2001, desde el departamento de Didáctica de la Matemática como parte de su tesis de maestría en Educación Matemática e Informática en la Universidad de Salzburgo (Austria). GeoGebra presenta un entorno sencillo, amigable y potente con el que podemos realizar fácilmente construcciones geométricas y analíticas. Este entorno es extremadamente fácil de manejar y se encuentra disponible en la dirección www.GeoGebra.org

Es evidente que GeoGebra no tiene la exclusividad como recurso para enseñar matemáticas, pero la gran variedad de opciones que ofrece permite que su uso no sea solo para dibujar o construir. Como ilustraremos a través de algunos ejemplos, este programa también permite a los estudiantes intuir, manipular, investigar, representar, descubrir, generalizar, argumentar e interactuar con y desde elementos matemáticos, pues solamente es necesario conocer algunas herramientas básicas y comandos sencillos para afrontarlas.

GeoGebra permite plantear la realización de cualquier construcción geométrica que ayude al estudiante a familiarizarse con el significado de dinamismo y, sobre todo, comprender la diferencia entre dibujar y construir. Desarrollar una construcción supone establecer relaciones entre los objetos que intervienen, de modo que al moverlos se mantengan las relaciones matemáticas entre ellos. Valga decir que un objeto dibujado no mantiene ese tipo de relaciones.

Metodología

La metodología utilizada en esta investigación es una lectura reflexiva y analítica desde la experiencia de formación continua con profesores de matemáticas partiendo de la literatura producida por la comunidad de GeoGebra internacional. Además, esta conferencia corresponde a la parte inicial del trabajo de investigación sobre el impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas.

Resultados

La revisión de las investigaciones muestra que el uso de GeoGebra tiene un impacto positivo en el desarrollo profesional de los docentes. Despierta el interés y la motivación para la integración de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Obviamente, no solo depende del interés y la motivación, sino de otros factores como la capacitación adecuada, las políticas institucionales, la gestión, las condiciones para la implementación y la capacidad de superar o gestionar las barreras personales e institucionales.

Comenzaremos presentando la parte interesante y motivadora del software.

La mitad de un cuadrado con GeoGebra

Dado un cuadrado, una forma de construir dentro de él un polígono cuya área sea la mitad, consiste en tomar los puntos medios de los lados opuestos y unirlos con un segmento (Mora, 2007).

Figura 2.

Figura 2. La mitad de un rectángulo en rectangular

Esta experiencia se realiza con docentes que participan del curso bimodal de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas. Corresponde a la parte presencial (16 horas de introducción y motivación al uso de GeoGebra, 2019). En este curso se muestran las herramientas básicas, especialmente las de reconocer y diferenciar objetos libres y dependientes, objetos dibujados y construidos.

Construimos un cuadrado con el uso del compás de GeoGebra. Al desplazar los puntos o vértice libre el cuadrado no pierde su condición.

Figura 3.

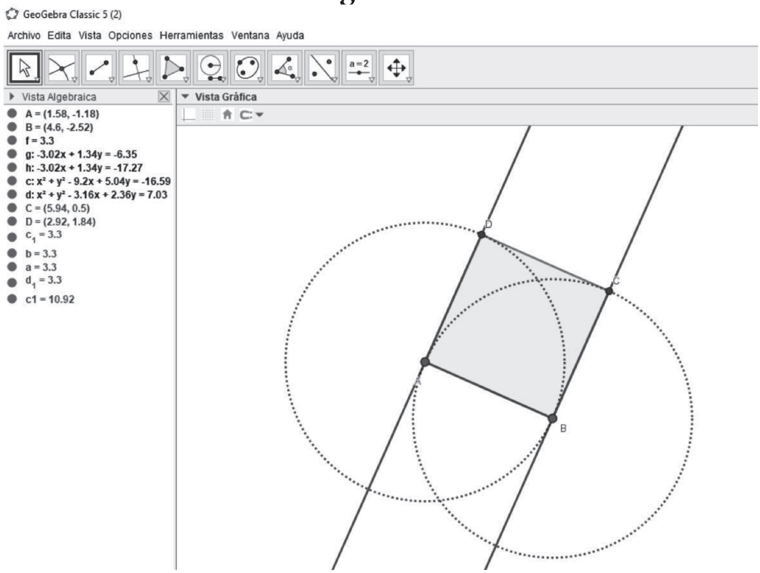


Figura 3. Cuadrado construido a partir de un segmento dado

Explorando otras posibilidades (Mora, 2007), las primeras soluciones han llegado con bastante rapidez, pero no son elaboradas, pues repiten una y otra vez las mismas ideas, y únicamente cambian de posición.

Figura 4.

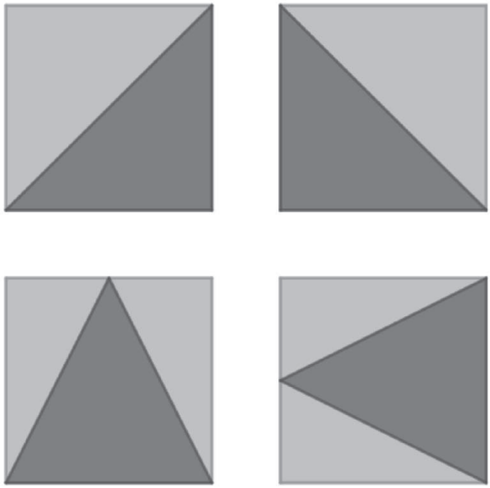


Figura 4. La mitad de un rectángulo en triángulos

Si el vértice de opuesto a la base se traslada tendremos una infinidad de soluciones, exclusivamente con triángulos. Aunque existe la posibilidad de crear muchos polígonos como lo veremos en las siguientes figuras.

Figura 5.

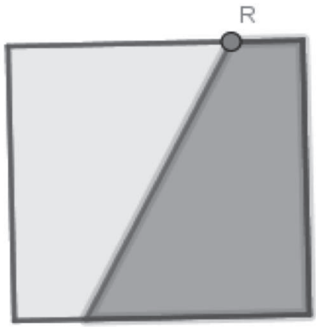


Figura 5. Al desplazarse el punto R el trapecio se transforma en un triángulo

Figura 6.

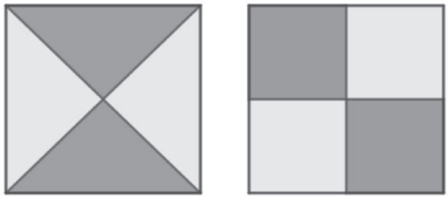


Figura 6. Ambos polígonos tienen cuatro vértices y lados

Realmente GeoGebra presenta un mar de potencialidades para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los diferentes niveles del sistema educativo. Por ejemplo, veamos las siguientes figuras:

Figura 7.

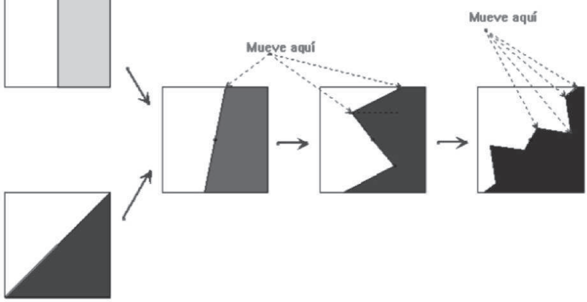


Figura 7. Transformación generalizada

Figura 8.

Figura 8. El límite tiende a la diagonal

Según Mora (2007) podemos llevar la mitad del cuadrado a diferentes grados y niveles en los que se quiera introducir a los estudiantes la idea de infinito y hacer aflorar una paradoja clásica que se deriva del paso al límite. La sucesión de los perímetros de las mitades sombreadas de la figura 8 es una sucesión $\{3+\frac{n-1}{n}\}$ que tiende a 4, pero en el límite, la línea poligonal tiende a la diagonal, es decir, el límite debería valer $2+\sqrt{2}$.

Conclusiones

La potencia didáctica que posee GeoGebra se fundamenta en la visualización simultánea de dos tipos diferentes de presentación: la gráfica y la simbólica. GeoGebra nos permite *aprender a aprender* para seguir formándonos toda la vida de forma dinámica, activa y creativa. GeoGebra no tiene la exclusividad como recurso para la enseñanza matemática pero si una gran variedad de opciones para dibujar y construir y dimensionar una versatilidad que permite al profesorado: intuir, manipular, investigar, representar, descubrir, generalizar, argumentar e interactuar sin requerir de demasiados conocimientos técnicos.

Referencias bibliográficas

Ecuador. Asamblea Constituyente (2008). *Constitución de la República del Ecuador.* Disponible en http://repositorio.dpe.gob.ec/bitstream/39000/638/1/NN-001-Constituci%C3%B3n.pdf

Ertmer, P. (2005). Teacher pedagogical beliefs: The final frontier in our quest for technology integration? *Educational Technology Research and Development*,53,(4), 25-39.

Friedman, A., et al. (2009). National educational technology standards and technology beliefs and practices of social studies faculty: Results from a seven-year longitudinal study, *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education,* 9, (4), 476-487.

Hohenwarter, J., & Hohenwarter, M. (2009). Introducing dynamic mathematics software to secondary school teachers: The case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching,* 28, 135-146.

Hughes, J. (2005). The role of teacher knowledge and learning experiences in forming technology-integrated pedagogy. *Journal of Technology and Teacher Education,* 13(2), 277–302.

Ismail, S., et al. (2010).'Teachers' perceptions of the use of technology in teaching languages in United Arab Emirates' schools', *International Journal for Research in Education*,27,(1), 37-56.

Juang, Y., *et* al. (2008), 'Computer-supported teacher development of pedagogical content knowledge through developing school-based curriculum', *Educational Technology & Society*, 11, (2), 149-170.

Kasti, H. y Jurdak, M. (2017). The effect of GeoGebra collaborative and iterative professional development on in-service secondary mathematicas teachers' practices. *CERME*, 10. Dublin, Irlanda.

Koehler, M., & Mishra, P. (2008). Introducing TPCK. In AACTE Committee on Innovation and Technology (Ed.), *Handbook of technological pedagogical content knowledge (TPCK) for educators,* 3-29. New York: Routledge.

LOEI. (2011). *Ley Orgánica de Educación Intercultural*. Presidencia de la República del Ecuador. Ministerio de Educación y Ciencia. Educación inclusiva. Disponible en http://www.wipo.int/edocs/lexdocs/laws/es/ec/ec023es.pdf

LOES. (2010). *Ley Orgánica de Educación Superior.* Presidencia de la República del Ecuador. Disponible en http://aka-cdn.uce.edu.ec/ares/tmp/Elecciones/2%20LOES.pdf

Mishra, P., y Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record,* 108(6), 1017-1054.

Mora, J. (2007). La mitad del cuadrado con Geometría Dinámica. En Antonio Pérez Sainz, Matemáticas en aulas de secundaria. *La Gaceta RSME*, 10(3), 743-762.

Rodríguez, Y. (2011). El software educativo como medio de enseñanza. *Cuadernos de educación y desarrollo.* Vol. 3, 28. http://www.eumed.net/rev/ced/28/yra.htm

UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN

GeoGebra móvil en la enseñanza de matemáticas

Marcos Manuel Ibarra Núñez[1]
Universidad Nacional de Educación

Resumen

El rápido desarrollo científico y tecnológico ha dado paso al surgimiento de nuevas modalidades de educación al igual que de metodologías y estrategias tecnopedagógicas que permiten la integración de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje. En este documento se realiza un análisis y reflexión sobre la posible utilización de la aplicación GeoGebra Móvil con el objetivo de dinamizar las clases de matemáticas y convertir las aulas de clase en laboratorios matemáticos, generando mayor interés y motivación en los

1 Doctor en Pedagogía por la Universidad Nacional Autónoma de México, Maestro en Docencia y Procesos Institucionales por la Universidad Autónoma de Zacatecas, Experiencia como docente en nivel Básica y Superior. En la actualidad es Docente-Investigador en la Universidad Nacional de Educación de Ecuador, Director del Grupo de Investigación de Robótica Pedagógica de la Universidad, Trabaja en las líneas de investigación de Tecnología e Innovación Educativa, Robótica pedagógica, Didáctica de las Matemáticas, así como de Discapacidad e Inclusión. marcos.ibarra@unae.edu.ec

estudiantes, con el apoyo de dispositivos móviles. Para ello se propone el modelo Frame como base para la integración de la tecnología en los procesos educativos.

Palabras clave: GeoGebra móvil, M-learning, Matemáticas.
Abstract

Mobile GeoGebra in the teaching of mathematics

Abstract

The fast scientific and technological development has given way to the emergence of new forms of education as well as methodologies and techno-pedagogical strategies that allow the integration of technology in the teaching and learning processes. In this document an analysis and reflection on the possible use of the GeoGebra Móvil application is carried out with the aim of dynamizing the mathematics classes and converting the classrooms in mathematical laboratories, generating greater interest and motivation in the students, this with the support of mobile devices. To this end, the Frame model is proposed as the basis for the integration of technology in educational processes,

Keyword: GeoGebra mobile, M-learning, Mathematics.

Introducción

El avance tecnológico continuo tiene como resultado el surgimiento de nuevas metodologías y estrategias que pretenden integrar la tecnología con los procesos educativos, además de permitir la aparición de nuevas modalidades de enseñanza como lo son el e-learning, el b-learning o el m-learning (por sus siglas en inglés, aprendizaje electrónico, aprendizaje flexible y aprendizaje móvil respectivamente), con base en características como: la interactividad, el multimedia y la ubicuidad que tecnologías como el internet ofrecen. El desarrollo vertiginoso de la tecnología genera una miniaturización de los dispositivos tecnológicos, contando con capacidades de almacenamiento y procesamiento iguales o superiores a las de una computadora.

Dicha miniaturización no solo permitió el desarrollo de dispositivos más pequeños sino también contribuyó a la reducción de los costos de los dispositivos tecnológicos como los de conexión. Lo anterior genera que mayor cantidad de personas tengan la posibilidad de acceder a estas tecnologías así como a nuevas modalidades de enseñanza y acceso a la información. Un ejemplo de esta reducción de costos, es la accesibilidad y facilidad que la mayoría de las personas poseen para adquirir dispositivos móviles como: tablets y teléfonos inteligentes (smartphones), su precio es menor al de computadoras y laptops. Esta situación favorece al uso de dispositivos móviles como recursos educativos que, cada vez, tienen mayor presencia en las aulas de clase y en ambientes informales de formación.

Bajo este contexto se plantea el uso de la aplicación de GeoGebra Móvil, que cuenta con casi las mismas capacidades de su versión para computadora. Alternativa que dinamiza las clases de matemáticas aprovechando la facilidad que las personas poseen para acceder a diversos dispositivos móviles. Bajo este contexto se puede prescindir de un laboratorio o centro de cómputo escolar y trabajar directamente en el aula, convirtiéndola en un espacio de experimentación y laboratorio matemático, propiciando un proceso de enseñanza-aprendizaje más activo que de paso a un mayor interés y motivación para los estudiantes.

En el presente documento se abordará la importancia de tener en cuenta las nuevas posibilidades que el desarrollo tecnológico brinda en la actualidad. De manera particular, el uso de dispositivos y aplicaciones móviles (como por ejemplo GeoGebra Móvil) permiten contribuir y complementar las actividades que se plantean en el aula, con un enfoque tecnopedagógico (Jaramillo & Jaramillo, 2016) como respuesta a las nuevas generaciones de pulgarcitos y pulgarcitas (Serres, 2013), que hoy en día se encuentran presentes en las aulas.

GeoGebra es conocido por ser un software libre de matemáticas enfocado a todos los niveles educativos. Una de las características principales de este software es el dinamismo que imprime al trabajo con diversos temas del área matemática como aritmética, álgebra, geometría, cálculo, estadística, entre otras, ofreciendo diversas representaciones como la gráfica algebraica o estadística, así como la organización en tablas, planillas y hojas de cálculo que se vinculan de manera dinámica entre sí (Hernández, 2010).

Como menciona Del Pino (2013), GeoGebra es un software gratuito que permite hacer uso de todas sus funcionalidades. Aunado a ello, este software es multiplataforma que puede instalarse en diversos sistemas operativos como Windows o Linux, con una amplia comunidad de programadores y personas que se dedican a desarrollar aplicaciones y recursos didácticos. En la actualidad, el abanico de sistemas operativos se ha ampliado y puede instalarse en dispositivos móviles con Android y iOS.

Figura 1.

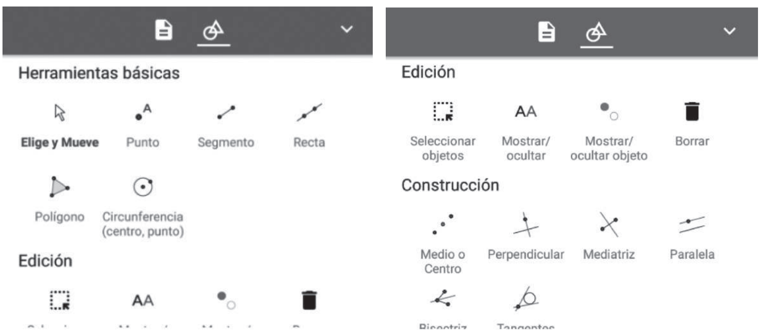
Figura 1. Logo de GeoGebra móvil que, como se puede apreciar, muestra dos figuras geométricas en el plano bidimensional
Fuente: Elaboración propia

La importancia de GeoGebra Móvil reside en poseer una gran gama de herramientas y aplicativos de la versión para computadora, pero en esta situación, con la ventaja de la portabilidad de los dispositivos móviles como tablets y teléfonos inteligentes. Lo anterior permite conservar y potenciar la usabilidad de la aplicación, además de volverla aún más intuitiva y trabajable mediante la manipulación con la pantalla interactiva.

Sin lugar a dudas otra de las grandes ventajas de esta aplicación es la reducción de los costos que implica su implementación, debido a que es gratuita y requiere del uso de internet para su instalación, aunque una vez instalada se puede utilizar sin importar que se cuente o no con una conexión a internet.

Entre las opciones que posee la aplicación de GeoGebra Móvil tenemos: edición, construcción, medición, rectas, circunferencias, polígonos y transformación, además de contar con una opción específica, al igual que en la versión para PC, donde se pueden introducir fórmulas o códigos para realizar operaciones y/o cálculos específicos. Es importante mencionar que esta aplicación se encuentra orientada al trabajo en el espacio 2D, por lo que si se desea trabajar con vistas y con elementos tridimensionales se deberá descargar una aplicación complementaria para ello.

Figura 2.



a) b)

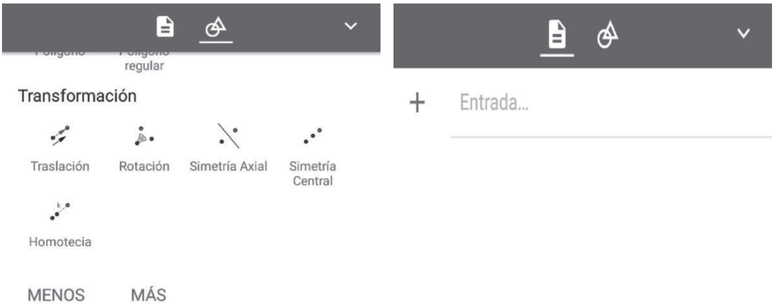
Figura 2. Imágenes de las herramientas básicas y de edición (2a) y de construcción (2b) de GeoGebra Móvil
Fuente: Elaboración propia

Figura 3.

a) b)

Figura 3. Imágenes de las herramientas de medición y rectas (3a) y de circunferencias y polígonos (3b)
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.



a) b)

Figura 4. Imágenes de las herramientas de transformación (4a) y la entrada de fórmulas u operaciones (4b)
Fuente: Elaboración propia

Junto con las opciones ya mencionadas, GeoGebra cuenta con una aplicación extra que posibilita el trabajo para nociones y conceptos en el espacio tridimensional, facilitando la realización de construcciones geométricas. Esto resulta de gran utilidad, pues el estudiante puede observar las construcciones realizadas desde diferentes vistas, puede girar la figura, modificar las aristas, dimensiones, observar el "desarrollo" (opción de GeoGebra que permite ver cómo se descompone la figura tridimensional en un plano bidimensional) de la figura, todo ello, en tiempo real.

Figura 5.

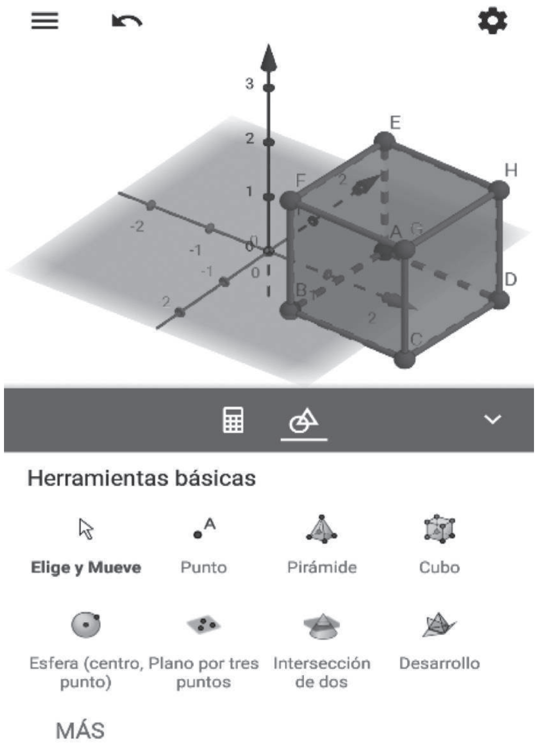


Figura 5. Ventana para el trabajo en el espacio 3D
Fuente: Elaboración propia

Del e-learning al m-learning

Para comprender cómo GeoGebra en su versión móvil puede integrarse al proceso de enseñanza-aprendizaje se debe tener claro las diferentes modalidades de enseñanza que el uso de las TIC posibilita en la actualidad. Por eso, se retoma la importancia de transitar desde la modalidad e-learning hasta el m-leagning, esta última como resultado de la creciente y amplia presencia de los dispositivos móviles en las actividades cotidianas de las personas.

El término e-learning o electronic learning es ampliamente utilizado en áreas como los negocios, la industria y la educación, como una forma de responder a las capacidades y potencialidades que las TIC tienen para el área de la educación. Respondiendo a estas capacidades que la tecnología ofrece se da un énfasis mayor al término learning (aprendizaje), que al término tecnológico, con el objetivo de explicitar esta relación. En la guía ICT Tranforming Education (2010) publicada por la UNESCO se propone un modelo de e-learning compuesto por dos grandes dimensiones (la comunicación y el contenido), que se suscitan de manera continua y, a la par, dan origen a cuatro categorías básicas que forman parte del e-learning. Estas categorías son:

- E-sources (recursos electrónicos): se componen por la información y recursos que están disponibles en línea y son accesibles para profesores y estudiantes de manera libre. Existen muchas colecciones y recursos llamados repositorios de información, cuya principal característica es que el contenido no se encuentra organizado para su utilización en clase.

- Cursos on-line: ofertados generalmente por instituciones de educación alrededor del mundo, espacio donde suele existir algún grado de comunicación entre los implicados (docente-estudiante), especialmente en modalidades de educación a distancia, generalmente con algún costo cuando forman parte de una certificación o programas de grado. De igual manera existen diversos cursos de forma gratuita con una gran variedad de temas ofertados por distintas instituciones.

- Blended Learning: término que describe el aprendizaje que combina diferentes ambientes de aprendizaje, generalmente mediante la enseñanza vía web o en línea en conjunto con sesiones del tipo presencial o enseñanza cara a cara. El blended learning (b-learning) puede mezclar distintos métodos de enseñanza como lo son las clases convencionales impartidas por un profesor, seminarios, foros de discusión, entre otros, en conjunto con herramientas instruccionales encontradas en la web y cursos en línea. En esta modalidad, los profesores emplean herramientas que les permitirán estar en contacto con los estudiantes y compartir información y recursos.

- Comunidades de Práctica: son grupos de personas como profesores y estudiantes quienes comparten intereses en común. Con frecuencia estos grupos se constituyen a partir del interés por algún tema en particular. La comunicación entre los miembros de estos grupos suele realizarse mediante videoconferencias, correo electrónico y redes sociales.

Es así como el e-learning va avanzando y evolucionando al mismo tiempo que la tecnología lo hace. Ante este panorama, el aprendizaje móvil tiene cada vez mayor importancia en el ámbito educativo, tanto en ambientes formales como informales, en tanto producto de la alta portabilidad y potencia que los dispositivos tecnológicos tienen en la actualidad. Al respecto, Traxler (2005) define el aprendizaje móvil como "cualquier acción educativa donde las tecnologías predominantes o exclusivas sean dispositivos de mano o de bolsillo". De esta manera, se aprovechan las capacidades de portabilidad de la tecnología y, a su vez, se vale de las categorías base del e-learning para potenciar las capacidades educativas del m-learning.

Ally y Samaka (2013) mencionan que el aprendizaje móvil permite a los estudiantes aprender en su propio ambiente aplicando lo aprendido y resolviendo problemas en sus propios contextos, en lugar de hacerlo en contextos no familiares o desconocidos. Asimismoindican que el aprendizaje se centra aún más en los estudiantes, ya que son ellos quienes llevan el control de su aprendizaje.

En suma, las capacidades que ofrece la tecnología móvil, propicia la interacción entre los estudiantes en cualquier momento y permite establecer comunicación constante con su tutor o profesor desde cualquier lugar, siempre y cuando se cuente con una conexión a internet.

Modelo Frame para el aprendizaje móvil

Para obtener mejores resultados en la implementación de GeoGebra Móvil en el aula es preciso contar con un modelo de uso adecuado. Por este motivo, se propone la utilización del modelo Frame para el aprendizaje móvil planteado por Koole (2009). Este modelo de trabajo enfocado en el m-learning, se compone por tres dimensiones: la tecnológica, la social y la personal/usuario. Este modelo describe "un modo de aprendizaje donde los aprendices/usuarios, pueden moverse entre diversos ambientes, ya sean físicos o virtuales e interactuar con diferentes personas, información, sistemas, en cualquier lugar y en cualquier momento" (Koole, 2009, p 26).

En el modelo Frame se considera que las experiencias del aprendizaje móvil se desarrollan y se encuentran existentes dentro de un contexto de información donde la interacción con dicha información se encuentra mediada por la tecnología. Es a través de las complejidades implicadas con estas interacciones que la información se vuelve útil, relevante y significativa. En este contexto de información, esquematizado en la siguiente figura mediante un diagrama de Venn, se presenta el modelo Frame, constituido por las tres dimensiones antes mencionadas, donde el aspecto tecnológico o del dispositivo, corresponde a las características técnicas, físicas y funcionales de dispositivo móvil, que incluyen: capacidades de almacenamiento, procesamiento, velocidad, duración de la batería y la compatibilidad con otros dispositivos.

El aspecto del usuario toma en cuenta los aprendizajes previos, emociones, capacidades cognitivas, memoria de la persona con la finalidad de saber, qué es lo que el usuario ya sabe y cómo él mismo codificará, almacenará y transferirá la información.

Por último, el aspecto social hace referencia al desarrollo de los procesos de socialización, como indica Koole (2009), en los que:

> "Los individuos deben seguir las reglas de cooperación para comunicarse e intercambiar información, adquirir conocimientos y sostener prácticas culturales. Dichas reglas de cooperación están determinadas por la cultura de un estudiante o la cultura en la que una interacción tiene lugar. Dentro del aprendizaje móvil, esta cultura puede ser física o virtual" (p. 31).

Figura 6. Modelo Frame

Fuente: M. L. Koole A Model for Framing Mobile Learning (2009)

La anterior figura muestra los atributos de las intersecciones DS y DU, que describen las posibilidades de la tecnología móvil, mientras que la intersección llamada US, contiene teorías de aprendizaje basadas en el constructivismo social. En teoría la convergencia de las tres dimensiones define una situación ideal de aprendizaje móvil.

A partir de este modelo, se puede sustentar el trabajo con la aplicación móvil de GeoGebra, ya que su utilización implica proyectar las tres dimensiones propuestas en el modelo (social, usuario/ estudiante y tecnológica), para dar sentido y significado, además de valor educativo, al trabajo con dispositivos móviles en la asignatura de matemáticas.

Conclusión

La utilización del aprendizaje móvil con el apoyo de la aplicación de GeoGebra en la asignatura de matemáticas permitirá a los estudiantes y a los docentes ampliar el abanico de posibilidades en el proceso de enseñanza-aprendizaje, potenciando el diseño de actividades para desarrollar dentro y fuera del aula. Así también aprovechar las capacidades gráficas, simbólicas e interactivas de la aplicación para desarrollar la experimentación y comprobación de conceptos matemáticos en la construcción y consolidación de aprendizajes, siempre y cuando se plantee un modelo de uso adecuado que permita integrar la tecnología de manera efectiva en los procesos educativos.

Referencias bibliográficas

Ally, M. (2009). Mobile learning transform delievery of edu. MIS Quarterly, Vol. 3. https://doi.org/10.1111/j.1467-8535.2007.00809.x

Ally, M., & Samaka, M. (2013). Open Education Resources and Mobile Technology to Narrow the Learning Divide 1 l sis (SNA) in OnlineCourses.

Anderson, J. (2010). ICT Transforming Education: A Regional Guide. Retrieved from http://unesdoc.unesco.org/images/0018/001892/189216e.pdf

Del-Pino, J. (2013). El uso de GeoGebra como herramienta para el aprendizaje de las medidas de dispersión, (1997), Revista de la didáctica de la estadística, 243–250. España,

Hernández, J. (2010). ¿Qué es GeoGebra ? Temas Para La Educación, 8, 5. Retrieved from https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd7158.pdf

Jaramillo, S., & Jaramillo, L. (2016). eBook_Tecnopedagogía_en_Aulas_virtuales.pdf. Ibarra, Ecuador: UTN. Retrieved from https://issuu.com/utnuniversity/docs/ebook_tecnopedagogi__a_en_aulas_vir

Serres, M. (2013). Pulgarcita (1ra edición). Fondo de Cultura Económica.

Traxler, J. (2005). Defining mobile learning, (September 2004), 261–265, Qwara, Malta.

Materiales y recursos para aprovechar lo que ofrece la comunidad GeoGebra

Agustín Carrillo de Albornoz Torres[1]
Universidad de Córdoba (España)

Resumen

Nos cuesta utilizar un nuevo software como GeoGebra por las dificultades que la incorporación de un recurso TIC presenta para cualquier docente que piensa que a los requerimientos técnicos se debe añadir la creación de nuevos materiales para su aplicación en el aula.

---

1 Agustín Carrillo de Albornoz Torres, Catedrático de Matemáticas de Educación Secundaria en la actualidad en la Universidad de Córdoba (España), nombrado embajador de Geogebra por el Instituto Internacional de GeoGebra, secretario general de la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM). agustincarrillo@fespm.es

Este no es el caso de GeoGebra en el que la comunidad creada a su alrededor, lleva años compartiendo materiales, por lo que para incorporarlos al aula apenas se requieren conocimientos.

Conocer las opciones que ofrecen los materiales y recursos de GeoGebra, así como las nuevas opciones que se han incorporado, será el objetivo de esta exposición en la que se busca aprovechar las posibilidades que ofrece para promover un cambio en la enseñanza de las matemáticas.

Palabras clave: Materiales, Recursos, Metodología.

Materials and resources to take advantage of what the GeoGebra community offers

Abstract

Knowing the options offered by the materials and resources of GeoGebra, as well as the new options that have been incorporated will be the objective of this exhibition, to encourage the use of this software to take advantage of the possibilities offered to promote a change in the teaching of maths.

Keywords: Materials, Resources, Methodology.

GeoGebra como recurso didáctico

Sin duda GeoGebra se ha convertido en un recurso “imprescindible” para todo docente que desee incorporar las TIC a su aula y, sobre todo, para aquellos que desean promover un cambio en la metodología de trabajo para hacer unas matemáticas acordes con la época en la que las tecnologías están presentes en todos los ámbitos de la vida cotidiana de nuestros estudiantes.

Utilizar recursos como este software facilitará el cambio en el aula, aunque es evidente que todo cambio metodológico no es sencillo y mucho menos rápido, quizás hasta podemos destacar que estos cambios son demasiado lentos. Si el profesor está convencido que es necesario un cambio debe afrontarlo para intentar arrinconar los procesos mecánicos, habituales en la metodología tradicional, fomentando una enseñanza dinámica con propuestas de investigación que hagan del estudiante un protagonista de su propio aprendizaje.

No podemos ignorar que los estudiantes de hoy, quieren usar la tecnología de su tiempo y no les gusta, ni despierta interés, una educación que no se relaciona bien con el mundo real en el que viven. Por tanto, necesitan nuevos objetivos y nuevas estrategias.

Estas nuevas estrategias se pueden lograr con ayuda de GeoGebra que cada vez ofrece más posibilidades, además de poder utilizarla en cualquier nivel educativo para el desarrollo de los distintos bloques de contenidos.

¿Cuál es la razón por la que GeoGebra ha logrado que millones de usuarios la utilicen y la incorporen a su trabajo diario?

Contar con un software libre ayuda pero no creo que esta sea la causa principal. Las razones por las que se ha extendido por todo el mundo habría que buscarlas en las posibilidades que ofrece. Entre ellas podemos destacar:

- Mejora los métodos de exposición del profesor.
- Aumenta la interacción del estudiante con conceptos matemáticos.
- Se puede usar desde primaria hasta la universidad.
- Es software libre.
- Existe mucho material.
- Es multiplataforma y multidispositivo.

Alrededor de GeoGebra se ha formado una comunidad de usuarios que crean y comparten materiales, por lo que siempre resultará fácil para un profesor encontrar una construcción o un conjunto de applets que le ayudarán en la exposición de unos determinados contenidos.

El objetivo de esta exposición es mostrar algunas de las opciones que la comunidad GeoGebra ofrece apoyada por la cantidad de vídeo tutoriales subidos en conocidas plataformas que ayudarán a cualquier usuario para formarse en el uso de este software o para conocer cómo se realiza una determinada construcción.

En la actualidad hay más de un millón de recursos en la comunidad GeoGebra a la que se accede desde www.GeoGebra.org .

Es evidente que entre tantos recursos, no todos serán buenos o muy buenos, por lo que en ocasiones el trabajo que más tiempo requiere es la búsqueda y selección; aunque hay que destacar que desde el equipo internacional de GeoGebra se están realizando esfuerzos para lograr que los recursos que aparezcan en su Web estén validados y sean considerados de utilidad.

GeoGebra como recurso en el aula

Incorporar este software requiere algunos cambios en el aula, cambios metodológicos que afectan tanto al profesor como al estudiante. Lo dicho supone cambiar roles; en el primer caso para perder protagonismo, lo que no significa que se pierda el control del aula y, en el segundo, como es evidente, para ganarlo.

El rol del profesor debe cambiar para asumir entre otras tareas:

- Una gestión diferente del aula y del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Ser facilitador del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Promover el autoaprendizaje.
- Favorecer la investigación.
- Modificar los mecanismos de observación, intervención y

evaluación.

El estudiante debe asumir en su rol acciones como:

- Mayor protagonismo tanto a nivel individual como colectivo.
- Un cambio de actitud ante las tecnologías.
- Convertirse en investigador como parte esencial de su aprendizaje.
- Actuar con autonomía e iniciativa.
- Compartir, debatir y exponer su aprendizaje.
- Facilidad para trabajar fuera del aula.

Para lograr este cambio, el profesor se planteará algunas cuestiones como:

- *¿Qué nivel de conocimientos requiere para incorporar GeoGebra a su aula?*
- *¿Para qué bloques de contenidos debe utilizarlo?*
- *¿Qué debo cambiar en mi forma habitual de trabajar?*
- *¿Cómo diseñar las actividades?*
- *¿Cómo realizar las construcciones?*

A veces estas cuestiones no se plantean y cada profesor quiere realizar todos los materiales para su trabajo diario, algo que en este momento ya no es necesario, pues en los recursos de GeoGebra se pueden encontrar gran cantidad de construcciones. Cualquier docente que desee trabajar con GeoGebra, a partir de unos conocimientos básicos, podrá recurrir a la Web de este software para descargar y usar las construcciones que la comunidad le ofrece.

Los recursos de GeoGebra

La comunidad de GeoGebra ofrece a través de su Web, el acceso a diversos materiales que cualquier usuario, previamente registrado, podrá utilizar, aunque también tiene la posibilidad de descargar para modificarlo y/o adaptarlo a sus necesidades.

Figura 1.

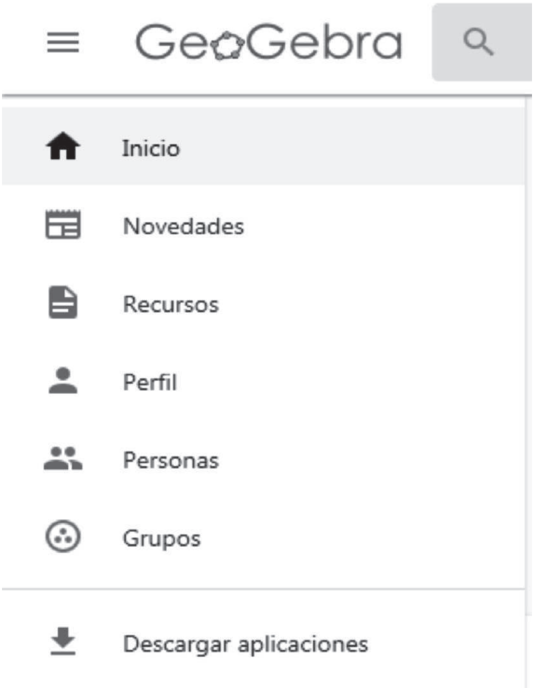


Figura 1. Acceso a los materiales de GeoGebra

El acceso a los recursos educativos se convierte en un gran universo al tener la posibilidad de conocer los materiales y formas utilizadas por docentes y especialistas en diversas partes del mundo. La oportunidad de recibir retroalimentación de los materiales publicados ayudará a la mejora de los mismos. Estos recursos educativos se convierten en un universo de información renovable y adaptable a las necesidades de cada docente y de sus estudiantes.

Al acceder a este mundo encontraremos una primera clasificación por bloques de contenidos, aunque en todo momento el usuario podrá buscar cualquier contenido para encontrar aquellas construcciones o materiales relacionados con las palabras clave de su búsqueda.

Figura 2.

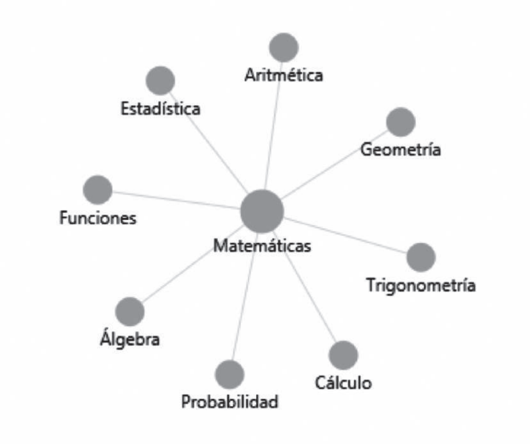


Figura 2. Una primera clasificación de los materiales de GeoGebra

La oferta de materiales disponibles compartidos por la comunidad GeoGebra abarca desde educación infantil hasta nivel universitario como lo prueban algunas de las siguientes figuras.

Figura 3.

Figura 3. Ejemplo de construcción disponible en la Web

Figura 4.

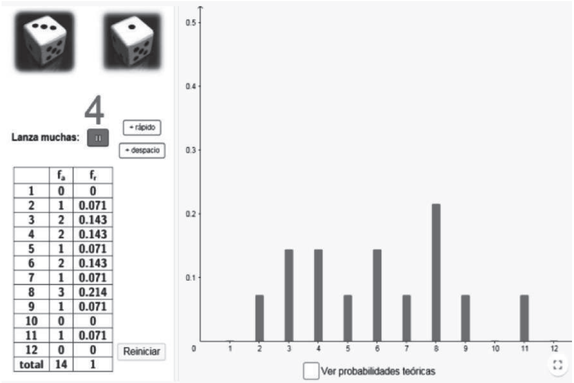


Figura 4. Ejemplo de simulación del lanzamiento de dos dados

No todo son construcciones ya que como material en GeoGebra se pueden publicar recursos que contengan texto, imágenes, applets, enlaces a páginas web externas, cuestionarios o vídeos. Además, se ofrece al usuario la posibilidad de crear un libro en el que pueda agrupar los contenidos relacionados con un tema, contenidos que se pueden completar a partir de construcciones propias o con construcciones realizadas por otros usuarios.

Figura 5.

Figura 5. Libro de actividades para 1º de Educación Secundaria

Las construcciones constituyen una fuente de aprendizaje para cualquier usuario, ya que permiten activar las distintas vistas, así como el protocolo de construcción para poder analizar y saber cómo se ha realizado un determinado proceso.

Aún hay más opciones en los materiales de GeoGebra como son la creación de un grupo, lo que hará que esta web se convierta en una plataforma de enseñanza on-line, en la que se podrán compartir materiales y proponer la evaluación de tareas. Es un recurso ideal para trabajar en el aula con el grupo de estudiantes que descargan materiales, realizan tareas, envían las construcciones y reciben su evaluación por parte del profesor.

Desde los materiales de GeoGebra tenemos accesos a más de un millón de recursos para utilizar y adaptar a nuestras necesidades, sin olvidarnos compartir nuestros recursos propios, para lo que bastará con publicarlos en la web de GeoGebra.

Conclusiones

Las posibilidades de GeoGebra se han acrecentado con todo lo que este software libre ofrece a cualquier usuario, por lo que sí estamos convencidos que la tecnología debe formar parte de nuestras aulas.

Además realmente creemos en las ventajas que ofrece GeoGebra para cambiar los procesos de enseñanza-aprendizaje. No debemos desaprovechar sus posibilidades y pasar a la acción, para cambiar la forma de trabajo en el aula, apostando por una nueva forma de hacer y de enseñar.

Debemos tener presente que la tecnología es importante en nuestra vida y en nuestro trabajo, sin olvidar que no debe prevalecer sobre la enseñanza, aunque será un recurso que ayude a cambiarla y mejorarla.

Referencias bibliográficas

Web GeoGebra, www.GeoGebra.org

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

GeoGebra como recurso para enseñar matemáticas apoyándose en demostraciones matemáticas

Marco Vinicio Vásquez Bernal [1]
Universidad Nacional de Educación

Resumen

Enseñar matemáticas constituye un gran desafío, el número es una realidad abstracta que es entendible únicamente al relacionarlo con elementos tangibles, así el número tres es asimilado cuando hablamos

1 Matemático, MBA, Magíster en Investigación para la Educación, Docente Investigador y Director de Innovación Educativa de la UNAE, Vocal Principal de la Casa de La Cultura Ecuatoriana, articulista en el semanario El Heraldo de Azogues y EcuadorUniversitario.com, autor de artículos científicos y libros. marco.vasquez@unae.edu.ec

de tres sillas o tres colores. Esta realidad al vivirla en el aula genera una barrera que limita el proceso de aprendizaje de los estudiantes y complica el desempeño docente.

Con el propósito de superar las falencias que significa el enseñar matemáticas desde lo simbólico, nos planteamos buscar herramientas que ayuden a este proceso con las bondades de la realidad virtual.

Este trabajo busca evidenciar cómo el desarrollo de demostraciones matemáticas a través de actividades construidas en GeoGebra, permiten entender los contenidos matemáticos, teniendo claro que el objetivo aquí es replicar demostraciones formales con esta herramienta didáctica de manera que el estudiante vaya realizando cada paso a su manera hasta lograr la demostración deseada.

La característica de GeoGebra que asegura una generalidad de sus construcciones logra evidenciar la generalidad de los contenidos matemáticos.

Palabras clave: GeoGebra, Enseñanza de matemáticas, Demostración matemática.

GeoGebra as a resource to teach mathematics based on mathematical demonstrations

Abstract

Teaching mathematics is a great challenge, the number is an abstract reality that is understandable only when related to tangible elements, so the number three is assimilated when we talk about three chairs or three colors. This reality when living in the classroom, creates a barrier that limits the learning process of students and complicates the teaching performance.

With the purpose of overcoming the shortcomings of teaching mathematics from the symbolic, we consider looking for tools that help this process with the benefits of virtual reality.

This work seeks to demonstrate how the development of mathematical demonstrations through activities built in GeoGebra, allow us to understand the mathematical contents, being clear that the objective here is to replicate formal demonstrations with this didactic tool so that the student is making each step in his own way until the desired demonstration is achieved.

The characteristic of GeoGebra that ensures a generality of its constructions, shows the generality of the mathematical contents.

Keywords: GeoGebra, Mathematics teaching, Mathematical demonstration.

Introducción

Las demostraciones matemáticas han sustentado la validez del conocimiento. En tal sentido, se ha posicionado la idea de que un conocimiento es aceptable por la ciencia si se ha desarrollado un proceso absolutamente formal para su demostración.

La enseñanza de matemáticas no puede irrespetar esta realidad, más si es posible construir demostraciones matemáticas que, basándose en lo ya aceptado por la ciencia, permita construir procesos didácticos que permitan que nuestros estudiantes asimilen mejor los contenidos de las matemáticas.

GeoGebra permite construir actividades de enseñanza que siendo demostraciones que no tienen la generalidad absoluta que exige la ciencia formal, responden a una generalidad práctica para evidenciar la validez del conocimiento en el aula.

a. Demostración matemática

Partiendo de lo formal en el documento Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas, se dice que la demostración matemática:

> "Es una cadena finita de proposiciones verdaderas, que se obtienen con ayuda de reglas de inferencia lógicas. El punto de partida de esta cadena son proposiciones cuya verdad es conocida. El punto final de la cadena es el teorema a demostrar. Cada miembro de la cadena se obtiene del anterior mediante reglas de inferencia lógica" (Díaz 1992).

Una definición bastante precisa que exige un proceso absolutamente formal para entender lo serio de una demostración matemática que asegura la calidad del conocimiento científico.

Buscando algo más práctico, encontramos que la "demostración matemática es una sucesión coherente de pasos que, tomando como verdadero un conjunto de premisas llamado hipótesis, permite asegurar la veracidad de una tesis" (Moreno, 2015).

Esta demostración exige un accionar lógico y un construir secuencial para lograr un nuevo conocimiento científico.

Lo que de esta parte nos interesa es que una demostración matemática debe estar constituida por una secuencia lógica de instrucciones que, partiendo de una hipótesis, nos lleve a la demostración de la tesis (conocimiento propuesto).

Imagen 1.

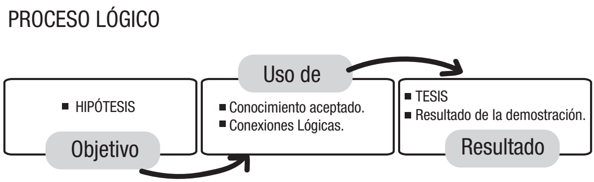


Imagen 1. Realizada por el autor

Mediante lo anterior intentamos mostrar el procedimiento de una demostración matemática que parte de una hipótesis que a la vez se convierte en el objetivo de la demostración, ya que ahí se establece lo que se desea evidenciar.

Luego se plantea que para desarrollar una demostración matemática ésta debe apoyarse en el conocimiento que ya ha sido evidenciado y que debe presentarse mediante conexiones lógicas sistematizando el proceso.

El resultado final será la conclusión de la demostración asegurando que la tesis presentada cuenta con un sustento científico debidamente fundamentado.

b. Características de la tesis

Imagen 2.

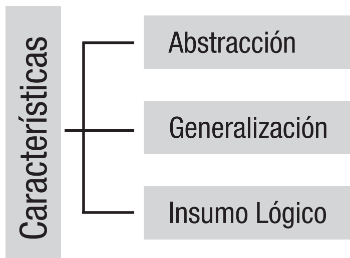


Imagen 2. Realizada por el autor

El conocimiento construido, al que denominamos tesis, debe sujetarse a tres características:

1. Abstracción: esta característica tiene que ver con la capacidad mental de entender el conocimiento matemático más allá de lo concreto, lo gráfico y lo simbólico. La tesis debe permitir entender el concepto matemático del conocimiento.

2. Generalización: la característica más importante de una tesis es que ésta debe cumplirse para todos los elementos sobre los que interactúa, teniendo en cuenta que en matemáticas se estará casi siempre trabajando con una cantidad infinita de esos elementos.
3. Insumo lógico: cualquier tesis debidamente demostrada debe servir de insumo para, a su vez, demostrar otras tesis. Radica aquí la importancia de que todo proceso de demostración sea absolutamente formal y siga el proceso lógico estricto.

c. Finalidades de una demostración matemática

Si bien la finalidad de una demostración matemática es la construcción de nuevo conocimiento científico, planteamos una finalidad que asevera que es posible utilizar las demostraciones matemáticas para la comprensión y la asimilación plena del conocimiento matemático.

Imagen 3.

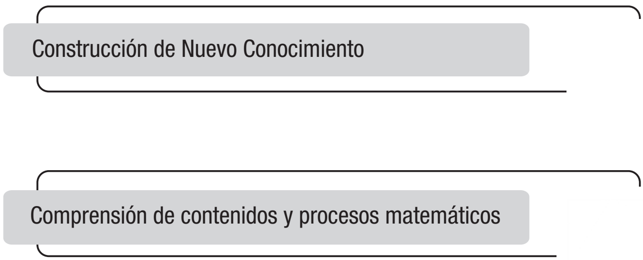


Imagen 3. Realizada por el autor

La finalidad didáctica de las demostraciones matemáticas se sustenta en la siguiente idea:

El uso didáctico de una demostración matemática no afecta la realidad formal de esta, más bien se sustenta en ella, es decir, si un teorema ha sido ya demostrado formalmente, cumpliendo las características de generalización y abstracción es perfectamente válido tomar esto como base para que, con un proceso didáctico, los estudiantes puedan desarrollar procesos que quizá no se sujeten a esa generalización total.

Esta idea propuesta permite que el estudiante construya procesos desde su singularidad, al lograr el resultado de su tesis, el proceso logrará que el estudiante asimile mejor el conocimiento y además vaya desarrollando la competencia lógica de la demostración matemática.

d. Demostraciones matemáticas para la educación

En uso de laboratorios las demostraciones matemáticas han apoyado mucho la enseñanza-aprendizaje de asignaturas como: la física, la química y la biología. El trabajar con material concreto ha apoyado la enseñanza de las matemáticas.

Más en este caso lo que se propone es replicar una demostración formal de contenido matemático para proyectarla desde un proceso que permita entender cada paso y fundamentalmente la tesis que constituye el contenido que se pretende sea asimilado por el estudiante.

Imagen 4.

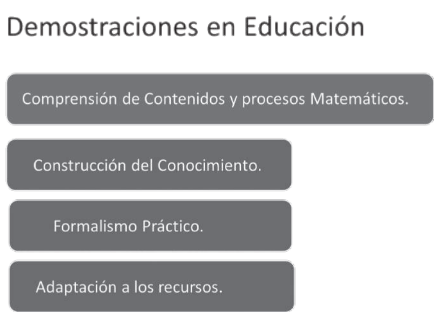


Imagen 4. Realizada por el autor

Está claro que este proceso se enmarca en la finalidad de comprender los contenidos y los procesos matemáticos reiterando que en este caso se propone lograr la construcción del conocimiento, no como nuevo conocimiento, sino como una consecución lógica de un proceso didáctico entendible por el estudiante.

Proponemos aquí un formalismo práctico que no se sujete a la generalización total, más que evidencie que todos los procesos establecidos en el aula reiteran la validez del contenido propuesto.

La riqueza de estas actividades es que respetan la singularidad de los estudiantes y con los recursos disponibles en cada circunstancia se logra el mismo resultado.

El limitante para estas actividades es justamente encontrar la herramienta o el recurso que permita desarrollarlo teniendo en cuenta que ese recurso debe ser amigable a los estudiantes, permitir un grado aceptable de generalización e incentivar abstracción, además de que debe ser accesible en distintas circunstancias.

e. Utilidad de GeoGebra para enseñar matemáticas a través de las demostraciones matemáticas

Imagen 5.

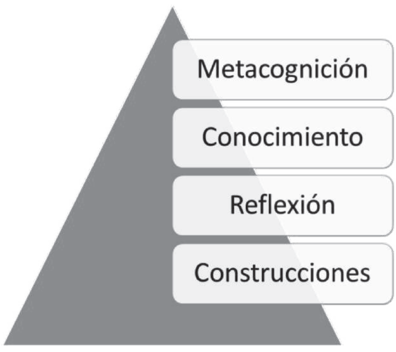


Imagen 5. Realizada por el autor

Justamente como respuesta a las condiciones que propusimos anteriormente, escogimos GeoGebra como el recurso para utilizar en el aula a fin de cumplir con lo que proponemos en estas actividades.

Este software para la enseñanza de las matemáticas, es amigable, accesible y permite un grado aceptable de generalidad y abstracción, que responde a lo requerido.

GeoGebra basa su operatividad en la relación continua entre la parte gráfica y la parte simbólica, lo que hace que se arranque desde la construcción de elementos simples como son los puntos, para luego hacer rectas, figuras geométricas y desarrollos más complejos

Esa relación entre lo gráfico y lo algebraico permite una reflexión sobre los resultados que permiten una presentación del conocimiento construido por los usuarios.

Una vez entendido el conocimiento surgirá la inquietud de buscar respuestas sobre lo que sucederá si se cambia alguna condición de las planteadas en las construcciones hechas, obteniendo resultados inmediatos que permiten generar espacios de metacognición que enriquecen el proceso.

f. Un ejemplo práctico

Únicamente para entender este proceso trabajaremos la construcción de una recta.

Activamos GeoGebra y pedimos que todos los estudiantes grafiquen en la pantalla dos puntos en cualquier parte. En ella se grafican los puntos asignándoles un nombre; a la vez en la parte algebraica se leerán las coordenadas de esos puntos.

Luego se planteará a que, una vez seleccionado el icono de recta lego, se haga click en cada uno de los puntos graficados.

Automáticamente en la parte gráfica, se dibujará la recta y en la parte algebraica se leerá la ecuación de esa recta.

Imagen 6.

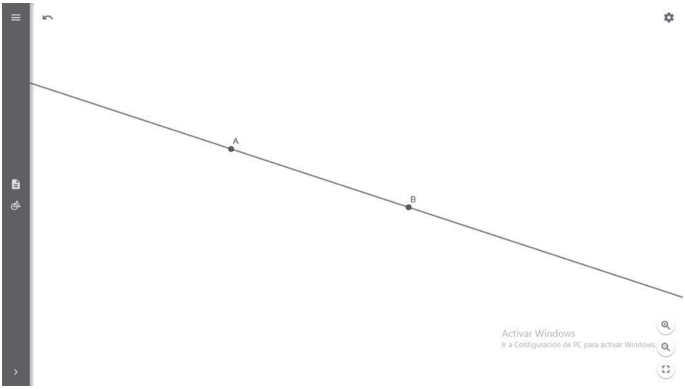


Imagen 6. Realizada por el autor

Hasta aquí se tiene la parte de construcción pero analizar los resultados que indicamos en la parte gráfica y en la parte algebraica generará reflexión en los estudiantes que coincidirá con que:

Para trazar una recta se requieren dos puntos
Si se tienen dos puntos distintos, por ahí pasa una recta

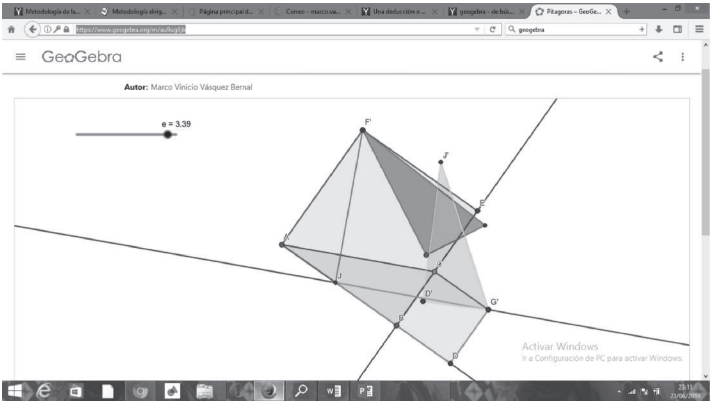
Es decir que se ha construido conocimiento.
Más pueden surgir preguntas como:

- *¿Qué pasa si tengo como base tres puntos en lugar de dos?*
- *¿Influye en la recta la distancia entre los dos puntos?*

Para afianzar esta propuesta desarrollamos dos actividades con contenidos muy conocidos como son el Teorema de Pitágoras y el Teorema de los Catetos, que evidencian la utilidad de trabajar según lo propuesto. Estas actividades se han ubicado en el repositorio de GeoGebra para que puedan utilizarse.

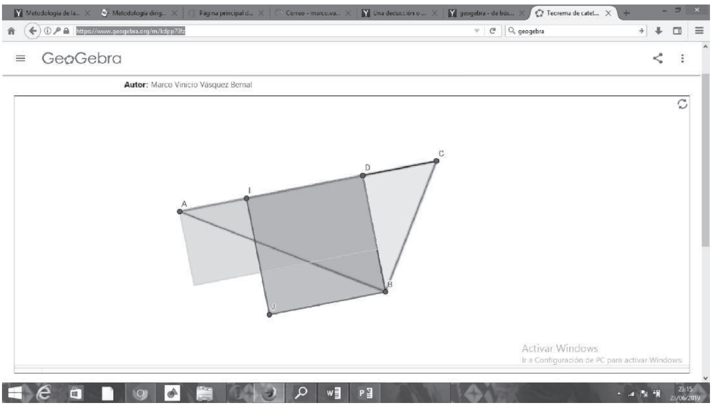
Teorema de Pitágoras

https://www.GeoGebra.org/m/au9ug8jb



Teorema de los Catetos

https://www.GeoGebra.org/m/kdpp79fz



Referencias bibliográficas

Albaiges, J. (1981): *¿Se atreve Vd. con ellos? 101 apasionantes problemas.* México y Barcelona. Marcombo y Boixareu editores.

Brown, S., Walter, M. (1983): *The Art of Problem Posing.* Philadelphia, Penn. The Franklin Institute Press.

Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las Matemáticas.* Pearson Educación.

Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1984). *El aprendizaje de las matemáticas. Traducción al español.* Ministerio de Educación y Ciencia (1991).

Díaz, O. (1992). Metodología de la Enseñanza de la Matemática Tomo I. Cuba Editorial Pueblo y Educación.

Polya, G. (1954). *Mathematics and Plausible Reasoning.* 2 vols. Princeton, NJ. Princeton University Press. (Trad. castellana: *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid, Tecnos: 1966).

Polya, G. (1966): *Mathematical Discovery.* 2 vols. New York. John Wiley and Sons. (Trad. francesa: *La découverte des mathématiques.* 2 vols. Paris, Dunod (1967).

Resnick, L. y Ford, W. (1981). *The Psychology of Mathematics for Instruction.* Hillsdale, NJ. Lawrence Erlbaum Associates. (Trad. Castellana, *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.* Madrid. Paidós/ MEC).

Schoenfeld, A. H. (1985): *Mathematical Problem Solving.* Orlando, FL. Academic Press.

PONENCIAS

UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN

Elaboración de animaciones en GeoGebra para motivar el estudio de Geometría Analítica

Andrés Esteban Merino Toapanta[1]
Mario Edmundo Cueva Almeida [2]
Pontificia Universidad Católica del Ecuador

Resumen

Se presenta una experiencia educativa desarrollada con estudiantes de la asignatura de matemáticas del primer nivel de la carrera de Diseño Gráfico durante el segundo período del 2018. Dicha experiencia

1 Es profesor titular de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, graduado de Matemático en la Escuela Politécnica Nacional y de Magíster en Matemáticas Puras y Aplicadas en La Universidad Central del Ecuador. Sus campos de investigación son la Teoría Descriptiva de Conjunto, Fundamentos de la Matemática y Educación Matemática. aemerinot@puce.edu.ec

2 Actualmente es profesor Agregado 1 de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Magíster en Docencia Matemática. Ha desempeñado varias funciones en el ámbito educativo: Docente de pregrado y posgrado en reconocidas universidades, consultor y curriculista del Ministerio de Educación, profesor de primaria y secundaria, entre otras actividades destacadas.

motivó el estudio de la Geometría Analítica mediante el uso del programa GeoGebra. En concreto, se dio una breve introducción de conceptos como curva paramétrica y ecuación de una circunferencia, con la que se generó el respaldo teórico necesario para la elaboración de animaciones en GeoGebra. De esta manera, se planteó la necesidad de aprender más conceptos matemáticos para mejorar el desarrollo de animaciones.

Palabras clave: Matemáticas, Animaciones, Diseño gráfico, Motivación.

Elaboration of animations in GeoGebra to motivate the study of Analytical Geometry

Abstract

We present an educational experience developed with students of the subject of Mathematics at the first level of Graphic Design career during the second semester of 2018. The aim was to motivate the study of Analytical Geometry through the use of the GeoGebra program. Specifically, there was a brief introduction of concepts such as the parametric curve and the equation of a circumference, which generated the theoretical background necessary for the development of animations in GeoGebra. In this way, the student has raised the need to learn more. Mathematical concepts to improve the development of your animations.

Keywords: Mathematics, Animations, Graphic design, Motivation.

Introducción

La motivación juega un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en especial en estudiantes que no han tenido afinidad con esta asignatura en su formación (Stipek; Salmon; Givvin; Kazemi; Saxe y MacGyvers, 1998). Esta motivación puede ser relativamente simple de generar mediante la visualización de conceptos matemáticos, lamentablemente, existe una resistencia por parte de los estudiantes y profesores a realizar este proceso (Eisenberg y Dreyfus, 1990).

A partir de ese contexto se realizó una actividad motivadora con los estudiantes de la asignatura de Matemática de la carrera de Diseño Gráfico de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE), correspondiente al primer nivel, durante el segundo período del año 2018. Esta actividad estuvo enfocada en los conceptos de la Geometría Analítica y cómo estos pueden ayudar a la creación de animaciones.

Objetivos

La finalidad de la experiencia fue la de motivar en el estudiante la necesidad de ampliar sus conocimientos en Geometría Analítica desde los siguientes objetivos:

- Introducir las definiciones de curva paramétrica y ecuación de una circunferencia.
- Aplicar el programa GeoGebra para visualizar los conceptos antes mencionados.
- Generar animaciones en GeoGebra con los conocimientos antes desarrollados.

Metodología

La experiencia se desarrolló con un grupo de 21 estudiantes de primer nivel de la carrera de Diseño Gráfico de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador que tomaban la asignatura de Matemática. A ellos se les sugirió agruparse en parejas o trabajar solos.

El aula en la que se llevó a cabo la experienciadisponía de un computador y un proyector desde los que se podía utilizar el programa GeoGebra y presentarlo a los estudiantes.

Se asignó 30 minutos para el desarrollo de la experiencia en clase, más el tiempo utilizado por los estudiantes para la generación de las animaciones.

Desarrollo de la experiencia

Se inició con la introducción a conceptos básicos de la Geometría Analítica, empezando por el de curva paramétrica (Colley, 2012).

Definición 1. Dado un intervalo I de los números reales, una curva paramétrica es una función f que va de I en el conjunto de los números reales.

Con esta definición se presentó la manera de graficar la curva en GeoGebra mediante la creación de un parámetro para generar su animación. En la Figura 1 podemos apreciar esto con la función definida por $t \mapsto (t, 2\sin(t))$ *para* $t \in [-5,5]$.

Luego, se presentó la ecuación de una circunferencia (Lehmann, 1989).

Definición 2. Dado un punto $(h,k \in \mathbb{R}^2$, *y* $r > 0$, la ecuación de la circunferencia de centro en (h,k) y radio r está dada por

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2.$$

Figura 1.

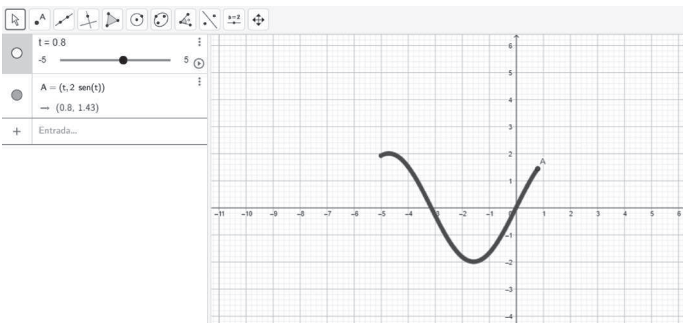


Figura 1. Gráfica de la curva dada por la función $t \mapsto (t, 2\sin(t))$ *para* $t \in [-5,5]$.
Fuente: Elaboración propia

Se mostró la herramienta en GeoGebra para dibujar una circunferencia dado un punto y un radio, tal como se aprecia en la Figura 2.

Figura 2.

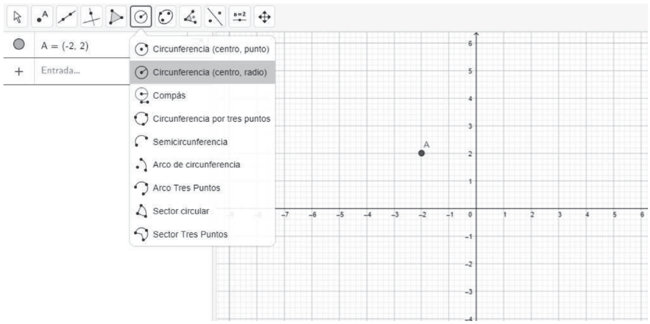


Figura 2. Herramienta de circunferencia dado un punto y un radio
Fuente: Elaboración propia

Combinando estos dos conceptos se generó un círculo con centro en el punto $(t, 2\sin(t))$, para $t \in [-5,5]$, es decir, con centro en la curva paramétrica, de radio $|2\sin(t)|$. Al realizar la animación del parámetro y habilitar la opción de que la circunferencia deje su rastro se obtiene una animación simple, que puede ser vista en la Figura 3.

Figura 3.

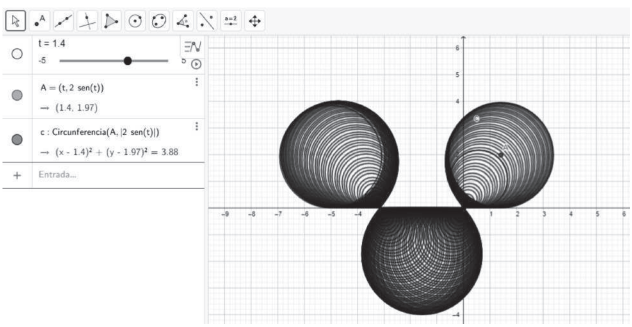


Figura 3. Animación simple en GeoGebra
Fuente: Elaboración propia

En este punto, se plantea a los estudiantes los siguientes interrogantes: ¿Por qué tomar como radio el valor absoluto de un número? ¿Tiene algo que ver la función tomada para generar el radio con la gráfica que se obtuvo en la animación?

A continuación, se accede a la opción de color de la circunferencia para ubicar los comandos que se aprecian en la Figura 4.

En este momento, se proponen nuevos interrogantes: ¿Cómo se podría controlar de mejor manera los colores que aparecen en la animación? ¿Qué significan las funciones proyectadas en las opciones de color? Además, se indica que para dar solución a estos interrogantes se precisa tener más conocimientos sobre las matemáticas que aparecen como telón de fondo de esta animación.

Figura 4.

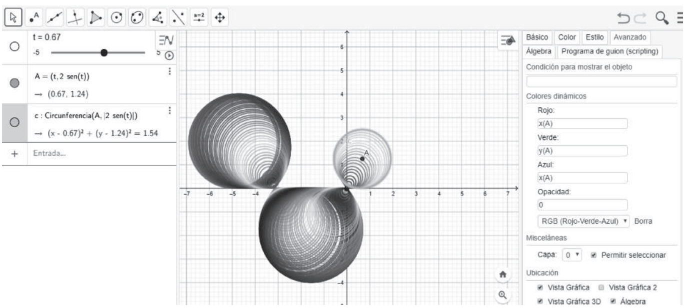


Figura 4. Animación simple en GeoGebra con colores
Fuente: Elaboración propia

Una vez realizada esta motivación se propone a cada grupo de estudiantes realizar como trabajo de fin de semestre la elaboración de animaciones que involucren los conceptos desarrollados durante el semestre académico.

Resultados

Al finalizar la primera parte de la experiencia, los estudiantes se entusiasmaron por manipular el programa y fueron más receptivos a la hora de desarrollar conceptos matemáticos.

En la segunda parte, al final del semestre todos los grupos de estudiantes presentaron animaciones en las que intervenían ecuaciones de todas las cónicas, siendo de especial consideración la presentada en la Figura 5, donde el estudiante intentó simular el aleteo de un colibrí.

Figura 5.

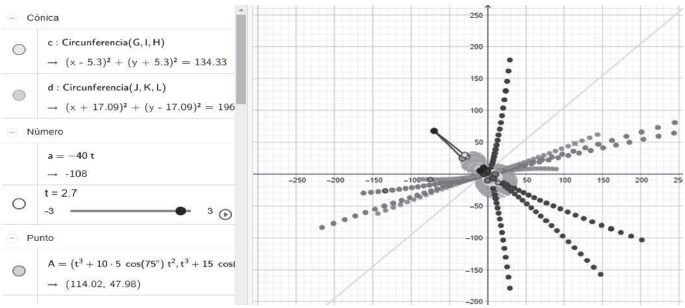


Figura 5. Animación simple en GeoGebra con colores
Fuente: Elaboración propia

Conclusiones

La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas enfocada en la visualización de conceptos con la ayuda de GeoGebra favorece el aprendizaje, siempre y cuando se permita a los estudiantes guiar su propia experiencia desde la interacción y la creatividad.

Al combinar elementos sencillos de la Geometría Analítica y la animación en GeoGebrase puede potenciar la motivación en los estudiantes al momento de hacer construcciones geométricas. En ese trazado pedagógico se dimensiona el aprendizaje como una experiencia significativa que posibilita despertar el interés sobre temas matemáticos que quizás pasaron desapercibidos.

La visualización conceptual y su respectiva representación algebraica, estudiadas a través de GeoGebra, permiten completar las fases del aprendizaje de la matemática (semi concreta y abstracta).

Referencias bibliográficas

Colley, S. (2012). *Vector Calculus.* Cuarta edición. Pearson Education, Inc.

Lehmann, C. (1989). *Geometría Analítica.* México: Editorial Limusa.

Stipek, D., Salmon, J., Givvin, K., Kazemi, E., Saxe, G. y MacGyvers, V. (1998). The value (and convergence) of practices suggested by motivation research and promoted by mathematics education reformers. En *Journal for Research in Mathematics Education,* 29, 465-488.

Eisenberg T. y Dreyfus T. (1990) On the Reluctance to Visualize in Mathematics. En V*isualization in Teaching and Mathematics* (Zimmermann W. & Cunningham S. Editors), MAA Series. USA.

Guía didáctica para el gráfico de las funciones seno y coseno para segundo año de bachillerato general unificado mediante GeoGebra

Santiago Riofrío Sarmiento
Cesar Trelles-Zambrano
Adriana Genoveva Samaniego Benavidez

Santiago Riofrío Sarmiento[1]
Cesar Trelles-Zambrano[2]
Adriana Genoveva Samaniego Benavidez[3]

Resumen

Este trabajo surge con la idea de aplicar una nueva metodología constructivista dentro del aula, relacionando los contenidos educativos con la tecnología, para transformar la clase tradicional en una educación dinámica. El objetivo de la guía didáctica, empleando GeoGebra, es el de diseñar actividades de aprendizaje que permitan a los estudiantes alcanzar los objetivos propuestos por el Ministerio de Educación para las matemáticas de Bachillerato General Unificado. Además la guía didáctica les brinda información a los docentes sobre las nuevas tecnologías para aplicarse en sus planes de clase y, de paso, generar instrumentos de evaluación que permitan verificar el nivel de alcance de los estudiantes.

Palabras clave: Guía didáctica, GeoGebra, Trigonometría, Enseñanza-aprendizaje, TIC.

---

1 Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física, y Máster en Física y Matemáticas en la Universidad de Granada, España. Actualmente, se encuentra cursando sus estudios de Doctorado en Educación en la Universidad Nacional de Rosario, Argentina. Docente del Instituto Superior Tecnológico del Azuay. Su campo de investigación es la didáctica. santiago.riofrio@tecazuay.edu.ec

2 Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. Magíster en Docencia de las Matemáticas por la Universidad de Cuenca. Profesor investigador en la Universidad de Cuenca y estudiante de Doctorado en la Universidad de Girona, España. cesar.trellesz@ucuenca.edu.ec

3 Recibió su título de Licenciada en educación en Matemáticas y Física en el 2015. Docente de la Unidad Educativa Rosa de Jesús Cordero. asamaniego@ueljc.edu.ec

Didactic guide for the graphic of the sine and cosine functions for the second year of junior high school course by GeoGebra

Abstract

This work was created with the idea of applying a new constructivist methodology within the classroom, relating the educational contents with technology, in order to transform the traditional class to a dynamic education. The goal of the didactic guide using GeoGebra Software is to design learning activities with its use that allows students to achieve the objectives proposed by the Ministry of Education for mathematics of junior high school and thus facilitate their teaching-learning process, besides to provide the teachers information about the new technologies they can provide in their class plans, as well as evaluation instruments that allow to verify the level of reach of the students.

Keywords: Didactic guide, GeoGebra, Trigonometry, Teaching and learning, TIC.

Introducción

En la actualidad, la enseñanza tradicional y memorística ya no tiene un papel fundamental en el aula de clases (Socas, 2007). Se habla de nuevos recursos didácticos como la introducción de las tecnologías de la información y comunicación (TIC); herramientas y medios para comprender la realidad circundante, resolver problemas y manifestar creatividad (Donoso, 2011). La incorporación de las TIC ha tenido gran acogida en las instituciones educativas a nivel mundial en el nuevo proceso de enseñanza-aprendizaje, para lograr con éxito procesos de formación que permitan reforzar la parte teórica con la práctica y con estudiantes encargados de construir su conocimiento fundado en el razonamiento y la deducción.

"Los recursos didácticos son un conjunto de elementos (visuales, tecnológicos físicos, etc.) que facilitan el proceso enseñanza-aprendizaje, y a su vez favorecen que la comunicación entre docente-estudiante sea más efectiva" (Blanco, 2012, pág. 7). Lo anterior contribuye para que los estudiantes logren el dominio de un determinado conocimiento (duradero y no memorístico), pues viabiliza un cambio de actitud a la hora de desarrollarlo.

El recurso didáctico que se va utilizar es GeoGebra que es un software libre de matemáticas que reúne dinámicamente la aritmética, geometría, algebra y cálculo. Ofrece representaciones diversas en sus gráficas en cualquier perspectiva y dimensión, además es un conjunto sencillo en su función operativa, pero muy potente (Borbón, 2012). Como nuestro objetivo es la trigonometría, GeoGebra nos favorece mucho en el proceso enseñanza-aprendizaje, ya que permite ver el dominio y comportamiento de las funciones trigonométricas variando la amplitud (Santos, 2007).

Hoy en día la tecnología debe ir a la par con la educación. Por tal motivo, debemos relacionar el medio no solo físico sino también los ámbitos social y cultural en el proceso de construcción del conocimiento (Godino, 2004).

La utilización de GeoGebra en la demostración y en el desarrollo de ejercicios de la trigonometría es de gran ayuda no solamente para el docente sino también para los estudiantes. Previo al diseño de la guía se encuestó a 70 estudiantes del segundo de bachillerato y a 7 docentes del área de matemáticas del Colegio Fray Vicente Solano, ubicado en la provincia del Azuay. El diseño de las dos encuestas dirigidas a estudiantes y a docentes se elaboró de acuerdo con el problema planteado.

Interpretación de resultados estudiantes

A los estudiantes se les preguntó: *¿Ha escuchado acerca de software educativo para el aprendizaje de matemáticas?* Ante dicha pregunta se obtuvieron opciones y porcentajes expuestos en la Tabla 1.

Tabla 1.
Conocimiento de la existencia de software educativo por parte de los estudiantes

Opciones	Porcentaje
Sí	27%
No	73%

Fuente: Elaboración propia (2015)

Interpretación de resultados docentes

A los docentes se les solicitó señalar con qué opinión estaban de acuerdo o en desacuerdo en relación a algunas afirmaciones. Sus respuestas se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2.
Opiniones de los docentes acerca del uso de TICS en el aula

Afirmación	De acuerdo	Desacuerdo
El uso de herramientas tecnológicas en las diferentes asignaturas despierta un mayor interés en los estudiantes.	85,71%	14,29%
Se necesita de un trabajo duro desde las diferentes asignaturas para utilizar TICS.	42,86%	57,14%
El estudiante muestra mayor motivación y desempeño si se usan las TICS.	71,42%	28,58%
Está interesado en aprender a utilizar TICS en el aula de clase.	100%	0%

Fuente: Elaboración propia (2015)

En la siguiente sección se elaboran guías didácticas basadas en el contenido de trigonometría, desde actividades y diferentes instrumentos de evaluación para demostrar los logros obtenidos (Riofrío y Samaniego, 2015).

Guía didáctica

El objetivo del presente trabajo es proporcionar una guía didáctica que puede ser utilizada por docentes y estudiantes. La misma pretende contribuir al alcance de las destrezas con criterios de desempeño como "identificar las gráficas correspondientes a cada una de las funciones trigonométricas a partir del análisis de sus características particulares" (Ministerio de Educación, 2016). Para este propósito se hace uso del software GeoGebra versión 4.4.

Gráfica de la función Seno

1. Se toma un sistema de ejes de coordenadas en las abscisas "X" y ordenadas "Y", con origen en (0,0). Para la construcción de las gráficas de las funciones se aborda la orientación positiva de un ángulo t.

2. Para el centro del círculo trigonométrico se elige la herramienta punto •A en el eje de las "X" y se señala un punto de coordenadas (-1,0). A continuación, con la misma herramienta •A se marca un punto en el origen (0,0) que tendrá el nombre de B asignado por el software. Luego se escoge la herramienta circunferencia (centro, punto) con el ícono , y se da clic en el punto A y luego en el punto B. Por defecto, el programa en vista algebraica mostrará la ecuación $(x+1)^2+y^2=1$, que corresponde a la circunferencia trazada.

3. En la opción Entrada, que corresponde a la línea de comandos se ingresa la palabra Ángulo. Se desplegarán varias opciones de las que se seleccionará la que se visualiza en la figura 1.

Figura 1.

Figura 1. Opción Entrada

4. Se continúa con la opción deslizador se selecciona el ícono y se da clic en una parte visible de la ventana gráfica. Automáticamente, se mostrará una ventana con las herramientas de la opción deslizador, se selecciona la opción Ángulo y se asigna la letra α en la ventana de nombre. Se da clic en la opción animación y se escoge creciente. Se finaliza el proceso con el botón Aplica.

Figura 2.

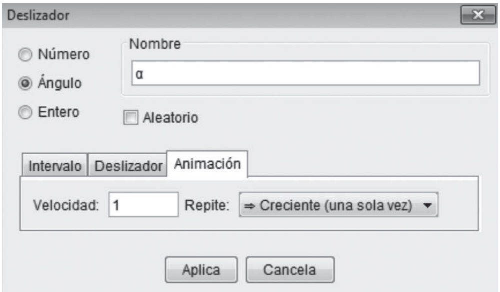


Figura 2. Deslizador

5. De nuevo en la opción Entrada, se cambia <punto lateral> por B, <vértice> por A y <ángulo de rotación anti horaria> por α.

Figura 3.

Figura 3. Opción Entrada modificada

Después del proceso anterior se obtiene la siguiente figura.

Figura 4.

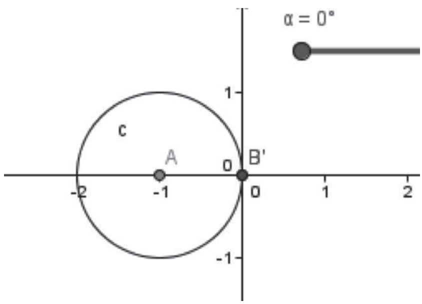


Figura 4. Gráfico obtenido
Fuente: Elaboración propia

Nótese que el nuevo punto es *B'*. Al incrementar el ángulo α con el deslizador se irán incrementando los valores de manera anti horaria. Las coordenadas de B' son *(cos(β),sen(β)),* debido a que la hipotenusa del triángulo generado es igual a 1 (radio del círculo). Al tomar el valor de *β=160º*, las nuevas coordenadas serán *B'=(cos(160),sen(160))*, como se indica en la siguiente figura.

Figura 5.

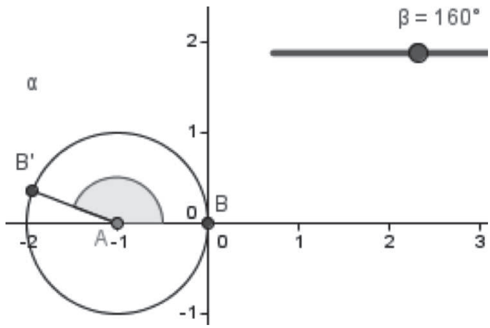


Figura 5. Cuando se mueve el deslizador se mueve el punto B´ en el contorno de la circunferencia

6. Para visualizar la medida del ángulo en radianes, hay que situarse en la pestaña de "opciones", se selecciona "avanzado", inmediatamente se abrirá una ventana con el nombre de preferencias, seguidamente se cambia la unidad angular a radianes como se indica en la figura 6.

Figura 6.

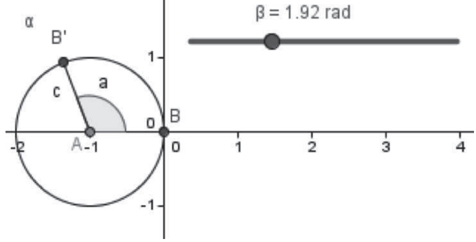


Figura 6. Deslizador con unidad de medida en radianes

7. Finalmente en la línea de comandos de GeoGebra, se escribe $(\propto, y(B'))$, se da clic en la tecla Enter  y aparece el punto "C" en el origen de coordenadas, coincidiendo con el punto "B", cuyo propósito será el de describir la curva del seno en el intervalo de 0,2π, al ser manipulado el deslizador. Para visualizar la gráfica en GeoGebra se tienen dos opciones: en la primera, se hace clic derecho sobre el punto "C" y se selecciona 

, luego se hace clic derecho sobre el deslizador y se escoge "Animación Automática" para poder ver la gráfica de la función seno. En la segunda, se selecciona la herramienta  con el nombre de "lugar geométrico", se da clic en el punto "C" y en el deslizador. Automáticamente se mostrará la gráfica para la función seno en el mismo intervalo.

Figura 7.

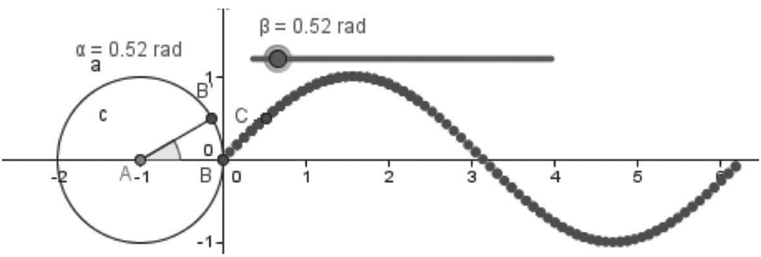
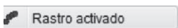


Figura 7. Función seno utilizando la herramienta 

Gráfica de la función Coseno

1. De la construcción gráfica anterior se realizan todos los pasos. A continuación, se proyecta el punto *B'* sobre el eje *X* de las abscisas para lo que se escribe *(x(B'),0)* en la línea de comandos, con el fin de crear un nuevo punto *C* sobre la gráfica. Este segmento de medida *AC* corresponderá al ángulo α. Después, hay que ubicarse en la línea de comandos e ingresar un nuevo punto *F=C-A*, que aparecerá en el eje *X*. Nótese que, al mover el deslizador, el punto *F* se mueve desde el intervalo de *(-1,1)* y viceversa.

Figura 8.

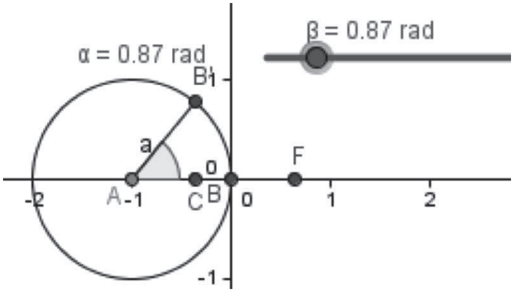
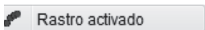


Figura 8. Paso 8

Al considerar el punto de coordenadas *"D"* con expresión *(0,x(F))*, este se lo visualiza en el eje de las ordenadas. A partir de él se construye *"E"* con coordenadas *(α,y(D))*. *"E"* será el responsable de construir la gráfica correspondiente al coseno en el intervalo de [0,2π] al ser manipulado el deslizador. Para poder visualizar la gráfica en GeoGebra se tienen dos opciones: en la primera, se hace clic derecho sobre el punto *"E"* y se selecciona 

, luego se vuelve a hacer clic derecho sobre el deslizador y se selecciona "Animación Automática" para poder ver la gráfica de la función coseno. En la segunda opción, se selecciona la herramienta  con el nombre de "lugar geométrico", seguido se da clic en el punto *"E"* y en el deslizador, y automáticamente se mostrará la gráfica para la función coseno en el mismo intervalo.

Figura 9.

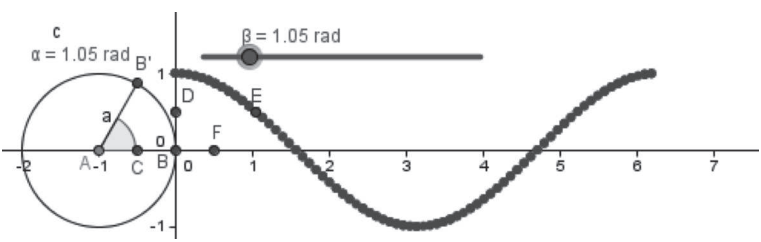
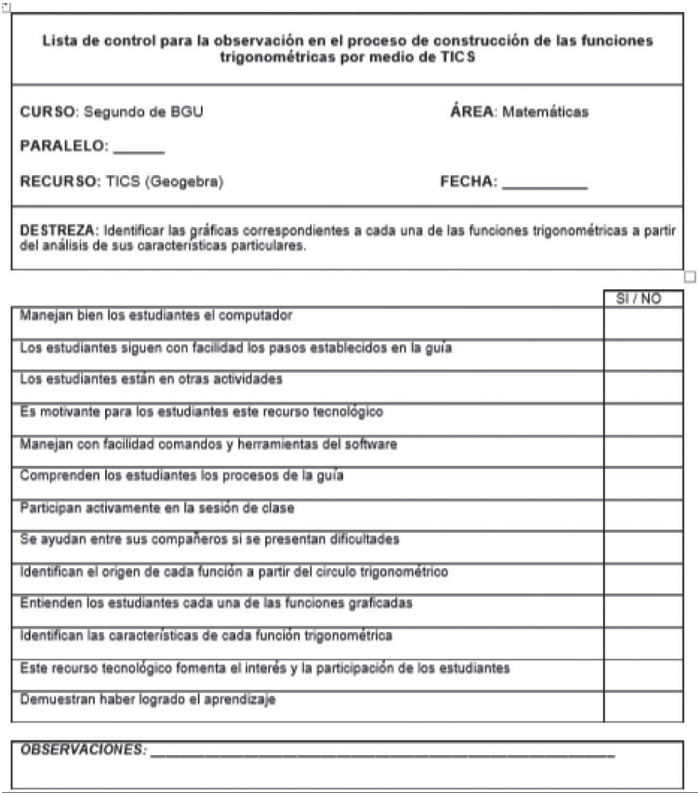


Figura 9. Función coseno utilizando la herramienta 

Instrumento de Evaluación

Como parte de la guía se presenta la siguiente lista de cotejo como un instrumento para la evaluación de los aprendizajes referentes a esta temática. También dicha lista permite evidenciar el nivel de desarrollo de las destrezas con criterios de desempeño por parte del estudiante (Trelles-Zambrano; Bravo y Barrazueta, 2017). El docente la puede usar cuando propone una tarea individual o grupal. Asimismo puede servir cuando les pide a sus estudiantes que expongan determinado trabajo que ha sido preparado previamente.

Figura 10.



Lista de control para la observación en el proceso de construcción de las funciones trigonométricas por medio de TICS

CURSO: Segundo de BGU **ÁREA**: Matemáticas

PARALELO: ______

RECURSO: TICS (Geogebra) **FECHA**: __________

DESTREZA: Identificar las gráficas correspondientes a cada una de las funciones trigonométricas a partir del análisis de sus características particulares.

	SI / NO
Manejan bien los estudiantes el computador	
Los estudiantes siguen con facilidad los pasos establecidos en la guía	
Los estudiantes están en otras actividades	
Es motivante para los estudiantes este recurso tecnológico	
Manejan con facilidad comandos y herramientas del software	
Comprenden los estudiantes los procesos de la guía	
Participan activamente en la sesión de clase	
Se ayudan entre sus compañeros si se presentan dificultades	
Identifican el origen de cada función a partir del circulo trigonométrico	
Entienden los estudiantes cada una de las funciones graficadas	
Identifican las características de cada función trigonométrica	
Este recurso tecnológico fomenta el interés y la participación de los estudiantes	
Demuestran haber logrado el aprendizaje	

OBSERVACIONES: ______________________________

Figura 10. Lista de cotejo
Fuente: Elaboración propia

Consideraciones finales

La enseñanza ha sido tradicionalmente expositiva por parte de los docentes y poco experimental, con resultados de bajo rendimiento en el área de matemáticas. Por ello es necesario que se creen nuevas estrategias didácticas desde recursos tecnológicos con el objetivo de que los estudiantes mejoren su rendimiento académico y consigan un aprendizaje significativo.

Los datos presentados dan muestra de que la mayoría de estudiantes que participaron en el estudio desconocían la existencia de GeoGebra. Los docentes por su parte tienen opiniones favorables respecto a las ventajas del uso de este software educativo.

El presente trabajo guarda coherencia con un enfoque constructivista de la educación, a través del que los estudiantes mediante la experimentación generan sus propios aprendizajes y el docente es quien los guía. Concretamente el contar con una guía didáctica para la construcción de la función seno y coseno, que incluya instrumentos de evaluación específicos contribuye para que los estudiantes analicen las funciones trigonométricas y sus características principales, favoreciendo el alcance de los planteamientos del Ministerio de Educación del Ecuador.

Finalmente, consideramos que implementar el uso de tecnología en la clase de matemáticas ayuda a optimizar tiempo y recursos, pero sobre todo contribuye a una mejor comprensión de los conceptos por parte de los estudiantes. El uso del software GeoGebra es un recurso tecnológico que complementa la clase, pues el docente deberá planificarla y prepararla para lograr una interacción didáctica con sus estudiantes en la enseñanza de las matemáticas.

Referencias bibliográficas

Blanco, I. (Junio de 2012). *Uvadoc*. Recuperado el 08 de Febrero de 2019, de https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/1391/1/TFM-E%201.pdf

Borbón, A. (2012). *Revista Digital Matemática, Educación e Internet.* Obtenido de Instituto tecnológico de Costa Rica: https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Secciones/Temas_de_Geometria/ABorbon_ManualGeoGebraV11N1_2010/2_ABorbon_ManualGeoGebra.pdf

Conevyt. (Junio de 2012). *Conevyt.org.* Recuperado el 08 de Febrero de 2019, de http://www.conevyt.org.mx/cursos/para_asesor/tics/imagen/lectura.pdf

Donoso, C. (Noviembre de 2011). *Ministerio de Educación.* Recuperado el 08 de Febrero de 2019, de https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2013/03/SiProfe-BGU-Introduccion.pdf

Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros.* Granada: Universidad de Granada.

Ministerio de Educación. (2016). *Matemática en el nivel de Bachillerato General Unificado.* Quito: Don Bosco.

Riofrío., E. & Samaniego, A. (2015). *Guía didáctica para la enseñanza de la Trigonometría para segundo año de bachillerato del Colegio Fray Vicente Solano mediante GeoGebra (Bachelor's thesis)*. Obtenido de http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/23165

Santos, T. (2007). *Didáctica-Lectura.* México DF: Iberoamericano.

Socas, M. (04 de septiembre de 2007). *Clase Virtual.* Recuperado el 5 de Febrero de 2019, de http://clasevirtual.clavemat.org/file/download/322662

Trelles-Zambrano, C., Bravo, F., y Barrazueta, J. (2017). ¿Cómo evaluar los aprendizajes en matemáticas? *Innova Research Journal,* 35-51. Recuperado el 23 de febrero de 2019 de http://revistas.uide.edu.ec/index.php/innova/article/view/183

UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN

Aplicación de GeoGebra en la teoría de grafos

Pablo Andrés Guallpa Erráez[1]
Cristina Alexandra Sarmiento Plaza[2]
César Trelles-Zambrano[3]

Resumen

La teoría de grafos tiene un gran impacto en distintas ramas del conocimiento, razón por la cual se considera necesario su aprendizaje en las aulas escolares al poseer un gran potencial de abstracción y modelización de problemas reales, contribuyendo a la adquisición y desarrollo de diversas habilidades en los estudiantes, como el diseño

1 Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física por la Universidad de Cuenca. Máster en Física y Matemáticas por la Universidad de Granada, España. Docente de la Unidad Educativa Los Andes, Cuenca. paguallpa0291@gmail.com

2 Licenciada en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física por la Universidad de Cuenca. cristina.sarmiento.plaza2@gmail.com

3 Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. Magíster en Docencia de las Matemáticas por la Universidad de Cuenca. Profesor investigador en la Universidad de Cuenca. Estudiante de Doctorado en la Universitat de Girona, España. cesar.trellesz@ucuenca.edu.ec ; cesar.trelles@udg.edu

de hipótesis, por ejemplo, el problema de los puentes de Könisberg. El presente trabajo muestra algunos conceptos básicos de la teoría de grafos y el uso del software GeoGebra para dinamizar su comprensión.

Palabras clave: Educación matemática, Teoría de grafos, Leonard Euler, GeoGebra, Agente viajero.

Application of GeoGebra in graph theory

Abstract

Graph theory has a great impact in different branches of knowledge, for this reason it is considered necessary its learning in the classrooms to possess great potential of abstraction and modeling of real problems, contributing to the acquisition and development of diverse abilities in the students, such as hypothesis design, for example, the problem of Könisberg bridges. This present project shows some basic concepts of graph theory and the use of GeoGebra software to boost their understanding.

Keywords: Mathematics education, Graph theory, Leornad Euler, GeoGebra, Travel agent.

Introducción

Hacia el año de 1736, Leonard Euler resolvió lo que en la actualidad se conoce como “El problema de los puentes de Könisberg”. El problema surge a raíz de los siete puentes que conectaban a dos islas con la ciudad de Könisberg, “si una persona empieza en cualquier punto y termina en cualquier punto, ¿es posible que recorra el pueblo de modo que cruce los siete puentes sin cruzar ninguno dos veces?” (Lipschutz y Lipson, 2009, p. 160). Aunque la respuesta al problema fue que el mismo es irresoluble, es decir, que no existe forma de recorrer el pueblo atravesando cada puente una sola vez, lo interesante fue que la abstracción realizada por Euler dio paso a la moderna teoría de grafos.

Figura 1.

Figura 1. Los puentes de Könisberg

Recuperado de http://www.historiasdelaciencia.com/?p=86

Acorde a la actualización curricular realizada por el Ministerio de Educación del Ecuador en el año 2010, la teoría de grafos era estudiada en el bloque de Matemáticas Discretas del segundo año de Bachillerato General Unificado. En la actualidad existe una gran diversidad de bibliografía referente a la teoría de grafos y la importancia de su estudio, pues "proporciona una variedad de ejercicios y problemas que, por su simplicidad, llaman la atención de muchos estudiantes, quienes se ven atraídos a resolverlos; por lo que resulta más ameno el aprendizaje de los conocimientos básicos de la teoría de grafos" (Lestón y Veiga, 2004, p. 1).

A raíz del trabajo realizado por Leonard Euler en Könisberg, actual Kaliningrado, Rusia, "hemos presenciado un vertiginoso crecimiento gracias a importantes aportes que han hecho matemáticos, ingenieros y otros científicos, quienes han encontrado en esta área las herramientas necesarias para modelar y resolver problemas de muy distinta índole" (Moreno y Ramírez, 2011, p. 17). La teoría de grafos puede modelar situaciones en varias ramas del conocimiento humano, tales como: la ingeniería, las ciencias sociales, las ciencias de la vida, entre otras.

Justificación

Hacia el año 2015 en el trabajo de graduación de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuenca se realizó un estudio no probabilístico, a través de encuestas a 40 docentes del segundo año de Bachillerato General Unificado de varios colegios de la ciudad de Cuenca. Además, se realizaron encuestas a docentes y estudiantes de docencia acerca del tema mencionado. El objetivo fue conocer el nivel de preparación en el tema de Matemáticas Discretas.

La siguiente gráfica corresponde a la pregunta: ¿En su formación universitaria tuvo formación en el área de Matemáticas Discretas?

Figura 2.

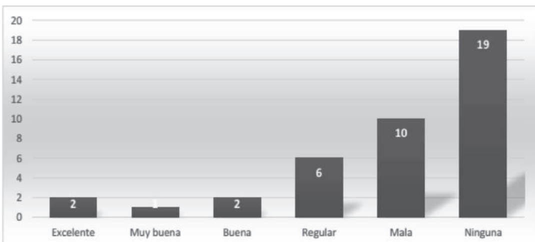


Figura 2. Tomada de la "Guía Metodológica para docentes enfocada en el bloque de Matemáticas Discretas del Segundo BGU" por P. Guallpa, C. Sarmiento, 2015, Tesis de Licenciatura

De los encuestados, varios mencionaron haber tenido una formación regular o mala, e incluso ninguna formación en el área de las Matemáticas Discretas, lo que indica que los docentes al momento de abordar dicho bloque de contenidos de estudio tuvieron dificultad.

La siguiente gráfica corresponde a la pregunta: *¿Considera usted que el bloque de Matemáticas Discretas es importante para la formación del estudiante?*

Figura 3.

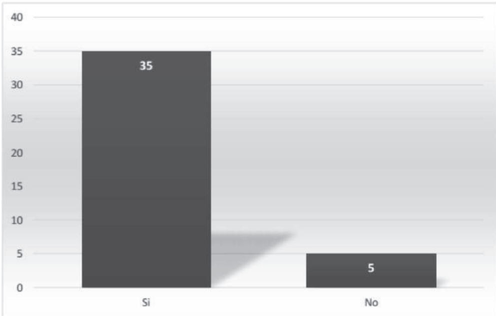


Figura 3. Tomada de "Guía Metodológica para docentes enfocada en el bloque de Matemáticas Discretas del Segundo BGU" por P. Guallpa, C. Sarmiento, 2015, Tesis de Licenciatura

Los docentes encuestados mencionaron haber dedicado parte de sus horas de planificación al estudio de los conceptos principales de la teoría de grafos y, como se puede observar, cerca del 90% mencionaron que esta teoría resulta ser un componente importante en la formación del estudiantado, pues es una herramienta de abstracción de situaciones reales para el estudio, por ejemplo, de la selección de rutas de menor costo en el transporte de mercancías o en vuelos comerciales, de las redes sociales, etc.

Propuesta

La teoría de grafos fue propuesta en 1736 por Leonard Euler, "y varios resultados importantes de teoría de gráficas se obtuvieron en el siglo XIX, pero no fue sino hasta 1920 que surgió un interés sostenido, amplio e intenso en dicha teoría" (Johnsonbaugh, 2005, p. 318).

A continuación, se presentarán tres de los conceptos más relevantes de la teoría de grafos y la utilización de GeoGebra como material didáctico que mejora la comprensión de dicha teoría.

Como clase inicial de la teoría de grafos, supóngase (usted y sus estudiantes) que, en un campamento vacacional, el guía desea hacer equipos de 7 personas. Uno de esos equipos está conformado por las siguientes personas: Valeria, Diana, Carlos, Paúl, Natalia, Santiago y Andrea. Algunos de ellos ya se conocían antes de entrar al campamento. Entonces, las relaciones de amistad son: Valeria es amiga de Diana, Carlos y Paúl; Diana es amiga de Valeria, Paúl y Andrea; Andrea es amiga de Diana y Santiago; Paúl es amigo de Diana, Valeria y Natalia; Natalia es amiga de Paúl, Carlos y Santiago; Carlos es amigo de Valeria y Natalia; Santiago es amigo de Andrea y Natalia. La forma más sencilla de plantear las relaciones anteriores se da mediante la teoría de grafos. Llámense vértices a cada estudiante y aristas a las relaciones de amistad entre ellos.

Figura 4.

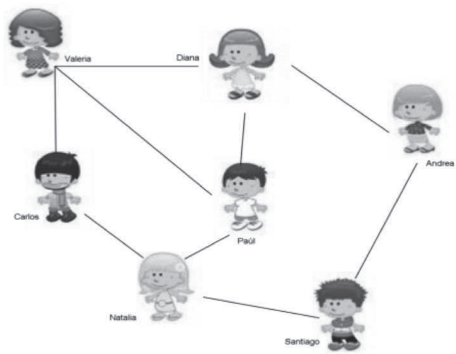


Figura 4. Tomada de "Guía Metodológica para docentes enfocada en el bloque de Matemáticas Discretas del Segundo BGU" por P. Guallpa, C. Sarmiento, 2015, Tesis de Licenciatura

Por lo tanto, un grafo es el conjunto de vértices (V), unidos a través de aristas (E). La nomenclatura a utilizar es G={{V}, {E}}.

Por otra parte, se conoce como ciclo de Euler a aquel camino que empieza y termina en el mismo vértice de un grafo pasando por cada arista una sola vez. Esto es posible cuando la salida de cada vértice tiene un grado par, es decir, el número de aristas salientes es par. La propuesta en GeoGebra consiste en la realización de un grafo cualquiera, como el de la Figura 5, y como componente didáctico sobreponer segmentos discontinuos de colores. Entonces, se solicitará que los estudiantes sugieran probables ciclos que empiecen y terminen en un mismo vértice. Se accionarán las respectivas casillas de control para mostrar el posible camino. En este caso, los colores ayudarán a distinguir si una arista ha sido utilizada con antelación y, por tanto, no podría ser utilizada de nuevo. En el grafo planteado se puede observar que existen dos vértices cuyo grado es impar. Esto implica que no existe un ciclo de Euler.

Figura 5.

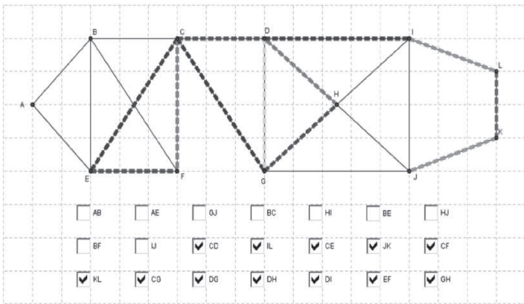


Figura 5. Tomado de "Guía Metodológica para docentes enfocada en el bloque de Matemáticas Discretas del Segundo BGU" por P. Guallpa, C. Sarmiento, 2015, Tesis de Licenciatura

Finalmente, una aplicación de la teoría de grafos se encuentra en el problema del agente viajero que se basa en los ciclos de Hamilton. La diferencia con el ciclo de Euler radica en que se tiene en cuenta que el camino debe recorrer los vértices una sola vez, a excepción del vértice inicial que sería el vértice final del camino. Entonces, si se piensa en vértices como ciudades y se tiene el valor de cada arista, ésta será la distancia entre las ciudades, "el problema del agente viajero consiste en encontrar una ruta más corta en la que el agente viajero pueda visitar cada ciudad una vez, comenzando y terminando en la misma ciudad" (Johnsonbaugh, 2005, p. 342).

Con el uso de Google Maps se encuentran las distancias entre distintas ciudades del Ecuador. El problema consiste en: dada la red vial con sus distintas distancias, ¿cuál es la ruta más corta que sale y regresa a Cuenca y pasa por todas las demás ciudades? Con la ayuda de GeoGebra se realizó una simulación que suma el valor de las distancias al dar clic sobre la casilla de control respectiva de la distancia.

Figura 6.

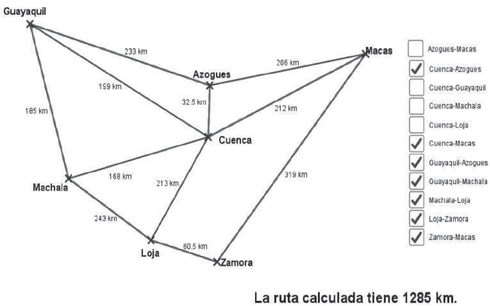


Figura 6. Tomada de "Guía Metodológica para docentes enfocada en el bloque de Matemáticas Discretas del Segundo BGU" por P. Guallpa, C. Sarmiento, 2015, Tesis de Licenciatura

Conclusiones

A través de la lectura de textos especializados y de la revisión histórica de la teoría de grafos se puede concluir que esta teoría resulta de gran ayuda en la visión espacial y en el desarrollo del pensamiento abstracto, contribuyendo significativamente en la generación de procesos de modelización matemática desde un enfoque educativo.

La teoría de grafos es de gran importancia en Matemáticas, pues se articula con varias ramas del conocimiento y representa una forma sencilla y elegante de abordar datos y/o problemas, tales como: rutas de transporte, relaciones sociales, inteligencia artificial (redes neuronales), etc. Además, el software GeoGebra representa una gran ayuda para el docente ya que potencializa las actividades de enseñanza-aprendizaje y permite dinamizar la clase y captar la atención del estudiantado.

Si bien en la actualidad la teoría de grafos no forma parte del currículo oficial del bachillerato ecuatoriano, es importante que tanto profesores como estudiantes la conozcan y dimensionen su gran conexión con el mundo real.

Referencias bibliográficas

Guallpa, P. y Sarmiento, C. (2015). Guía metodológica para docentes enfocada en el bloque de matemáticas discretas del segundo BGU *(Tesis de Licenciatura).* Universidad de Cuenca, Cuenca.

Johnsonbaugh, R. (2005). *Matemáticas Discretas.* México: Pearson Educación.

Iranzo, N., & Fortuny, J. (2009). La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del estudiantado. *Enseñanza de las ciencias,* 433-446. Obtenido de https://core.ac.uk/download/pdf/38989963.pdf

Lestón, P., & Veiga, D. (2004). *Funes: Repositorio Digital de Documentos en Educación Matemática.* Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/: http://funes.uniandes.edu.co/6366/1/LestonEstrategiasAlme2004.pdf

Lipschutz, S., & Lipson, M. (2009). *Matemáticas Discretas, Serie Schaum.* México: McGraw-Hill Interamericana Editores.

Moreno, E., & Ramírez, H. (2011). *Grafos: Fundamentos y algoritmos.* Chile: J. C. Sáez Editor.

UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN

GeoGebra y el modelo de Van Hiele para el desarrollo de teoremas geométricos

Carlos Vicente Llerena Aguilar[1]
Fabrizio Logiurato[2]
Juan Francisco Tlapanco-Limón[3]
Universidad Regional Amazónica IKIAM

---

1 Se graduó en el 2008, en la Universidad Técnica de Ambato, como Ingeniero Mecánico. Es egresado de la maestría de Enseñanza de la Matemática en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE. Actualmente es Técnico Docente de la Universidad Regional Amazónica IKIAM. carlos.llerena@ikiam.edu.ec

2 En el 2007 en la Universidad de Trento (Italia) obtuvo su Doctorado en Enseñanza de la Física y Fundamentos de la Física Cuántica. En Italia se desempeñó como Profesor Auxiliar de la Universidad de Trento. Actualmente es Profesor Principal de la Universidad Regional Amazónica IKIAM. fabrizio.logiurato@ikiam.edu.ec

3 Se doctoró en el 2010 en Física Teórica, por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Dentro de sus intereses académicos se encuentran los métodos geométricos de cuantización, el fortalecimiento de la formación científico-tecnológica y la divulgación de la ciencia. Actualmente es profesor y coordinador en la Facultad de Ciencias, Ingenierías y Construcción (FCIC) en la UTE. juan.tlapanco@ute.edu.ec

Resumen

La presente investigación se enmarca en el campo de la enseñanza de la geometría euclidiana y no euclidiana. La estructura de enseñanza-aprendizaje propuesta está basada en el uso del software dinámico GeoGebra y del modelo de razonamiento de Van Hiele. Los resultados alcanzados a través de nuestra experimentación didáctica con estudiantes de educación superior muestran que al final de su aplicación, más del 50% de estudiantes desarrollaron capacidades para demostrar teoremas de forma rudimentaria y que más del 30% lograron demostrarlos de forma justificada. La metodología algorítmica desarrollada en este proceso es flexible y brinda la posibilidad de crear nuevos recursos dinámicos para las demostraciones de otros teoremas, por ejemplo, en el campo de la geometría elíptica, proyectiva y fractal.

Palabras clave: Enseñanza, Geometría, GeoGebra, Modelo de Van Hiele, Teoremas.

GeoGebra and the Van Hiele model for the development of geometric theorems

Abstract

This research is about the teaching of Euclidean and non-Euclidean geometry. Our proposed teaching-learning structure is based on the use of the GeoGebra dynamic software and the Van Hiele reasoning model. The results achieved through our didactic experimentation, with higher education students, show that, at the end of its application, more than 50% of students developed skills to demonstrate theorems in a rudimentary way, and that more than 30% managed to demonstrate them in a justified way. The algorithmic methodology developed in this process is flexible and offers the possibility of creating new dynamic resources for the demonstrations of other theorems, for example, in the field of elliptical, projective and fractal geometry.

Keywords: Teaching, Geometry, GeoGebra, Van Hiele model, Theorems.

Introducción

La aparición de las tecnologías digitales revolucionó a la humanidad y, por ende, al sistema educativo. En este sentido, el software dinámico permite generar un ambiente que re dimensiona la forma de percibir la naturaleza de los objetos, cuestionando las formas tradicionales de enseñanza de las matemáticas. En particular, GeoGebra permite dibujar figuras en función de sus relaciones geométricas; sus construcciones son dinámicas, pues estas permiten interactuar (mover, modificar…) con construcciones ya realizadas. Además, este software funciona como un mediador semiótico que activa la motivación y participación de los estudiantes (García, 2011).

No existe un solo camino para conseguir el éxito pedagógico, sino más bien hay que considerar las interacciones dinámicas con las metas cognoscitivas y sociales. Por eso, aparecen varios modelos de enseñanza-aprendizaje que estructuran un plan que configura el currículo para diseñar materiales didácticos que reorientan todo proceso pedagógico en el aula (Varcarcél, 2004). Uno de los más citados modelos de enseñanza-aprendizaje es el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele. En la actualidad, dicho modelo es usado como objeto de estudio para organizar unidades de enseñanza, evaluar procesos de los estudiantes y aportar pautas, además se utiliza para la organización del currículo bajo el enfoque constructivista (Gutiérrez, 2011).

Metodología

Esta investigación se enfocó en probar la efectividad que genera en el aula, un modelo de enseñanza-aprendizaje que involucra el software dinámico GeoGebra y el modelo de razonamiento de Van Hiele, aplicado a la enseñanza de las demostraciones de la geometría euclidiana (Llerena, 2019). Para probar la efectividad de la metodología propuesta se trabajó con estudiantes, divididos en un grupo de control y otro experimental con el que se desarrolló esta propuesta didáctica.

Figura 1.

Figura 1. Representación modelo de investigación

Diseño de recursos didácticos

Los recursos didácticos conforman el eje central del modelo de enseñanza-aprendizaje del proceso investigativo. Mientras que para el grupo de control se estableció una metodología tradicional con el uso de instrumentos geométricos tradicionales (regla, adras, graduador compás), para el grupo experimental se reemplazaron estos instrumentos por recursos didácticos generados por el software dinámico GeoGebra. La utilización del programa y la construcción de tales recursos didácticos se sintetizan en las siguientes fases:

- **Representación del teorema geométrico**

En la construcción del axioma o teorema geométrico se prioriza la presentación de los elementos básicos involucrados, que son construidos directamente en la interfaz gráfica de GeoGebra.

- **Dinamización del teorema geométrico**

La construcción geométrica plana desarrollada en el entorno de GeoGebra es dinamizada con áreas, líneas, segmentos de rectas, ángulos y puntos, controlados por medio de deslizadores que ayudan a visualizar las propiedades y características del teorema.

- **Creación de la secuencia de aprendizaje**

En función de un teorema geométrico se diseñan preguntas abiertas que llevan al estudiante a un proceso de reflexión. Este paso es fundamentado en los elementos geométricos dinamizados, que le permiten al estudiante escalar por los niveles de razonamiento de Van Hiele: visualización, análisis, clasificación y deducción formal. Las preguntas inducen a explorar, descubrir, caracterizar, conjeturar y demostrar atributos y propiedades de la construcción geométrica. La tabla 1 muestra las cualidades y propiedades características de los primeros cuatro niveles de razonamiento de Van Hiele.

Tabla 1.

Tabla 1. Niveles del modelo de razonamiento de Van Hiele

Procesos	**Nivel 1** **Visualización**	**Nivel 2** **Análisis**	**Nivel 3** **Clasificación**	**Nivel 4** **Deducción formal**
Reconocimiento y descripción	Atributos físicos (posición, forma, tamaño)	Propiedades matemáticas	___________	___________

Uso de definiciones	____________	Definiciones con estructura simple	Definiciones con estructuras matemáticas complejas	Aceptar definiciones equivalentes
Formulación de definiciones	Listado de propiedades físicas	Listado de propiedades matemáticas	Conjunto de propiedades necesarias suficientes	Prueba la equivalencia de definiciones
Clasificación	Exclusiva basada en atributos físicos	Exclusiva basada en atributos matemáticos	Con diferentes definiciones exclusivas e inclusivas	____________
Demostración	____________	Verificación con ejemplos y demostraciones empíricas	Demostraciones lógicas informales	Demostración matemática formal

Fuente: Aravena & Caamaño (2013)

• Disposición y funcionamiento de la secuencia de aprendizaje

La metodología propuesta involucra preguntas abiertas y ligadas al teorema geométrico que buscan el descubrimiento y entendimiento gradual de axiomas y propiedades hasta llegar a su demostración. Para tener una visión conjunta se ha dispuesto su ubicación en el área gráfica del entorno de GeoGebra, al costado derecho de la construcción geométrica, evitando intersecciones con las líneas. Cada pregunta está regulada por una casilla de control que permite encriptar información de la construcción o de su respuesta. Las preguntas deben ser activadas de forma secuencial, dando un tiempo para que el estudiante razone y exponga sus ideas. Un ejemplo se muestra en la figura 2.

Figura 2.

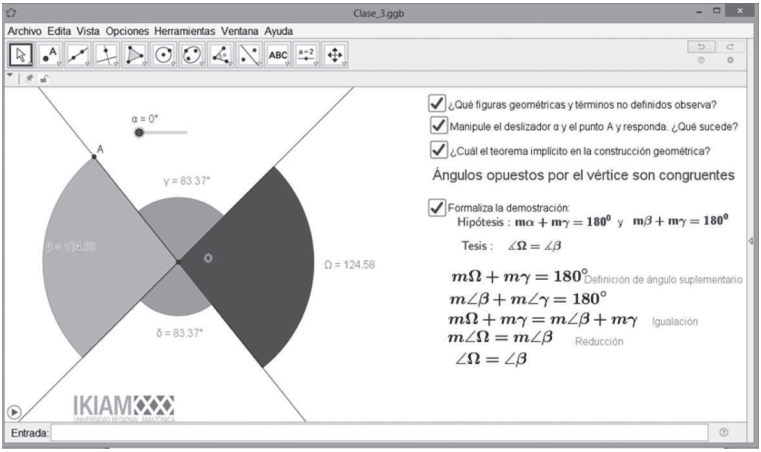


Figura 2. Teorema: los ángulos opuestos por el vértice son congruentes

- **Proceso de experimentación**

El proceso de experimentación se dio en dos tiempos: el primero se aplicó a una muestra de estudiantes de nivelación de la Universidad Regional Amazónica IKIAM y el segundo, a una muestra de estudiantes de inicio de carrera del Instituto Tecnológico Superior Tena. La elección de los temas para el proceso de experimentación fueron tomados en función tanto del contenido temático como del texto guía (Geometría Plana de G. Calvache) descritos en el sílabo de matemáticas del programa de Nivelación de la Universidad IKIAM. El contenido seleccionado fue el siguiente: ángulos complementarios, ángulos suplementarios, ángulos opuestos por los vértices, propiedades de los ángulos formados por dos rectas cortadas por una transversal, propiedades de los ángulos alternos internos, alternos externos y correspondientes, propiedades de los ángulos en los triángulos y de las bisectrices de estos.

Resultados

De las experiencias realizadas en las dos Instituciones de Educación Superior se probó que inicialmente los grupos de control e investigación formaron parte de un mismo grupo de estudio y que, luego de la aplicación de las metodologías de enseñanza-aprendizaje se diferenciaron en el nivel de razonamiento geométrico.

Figura 3.

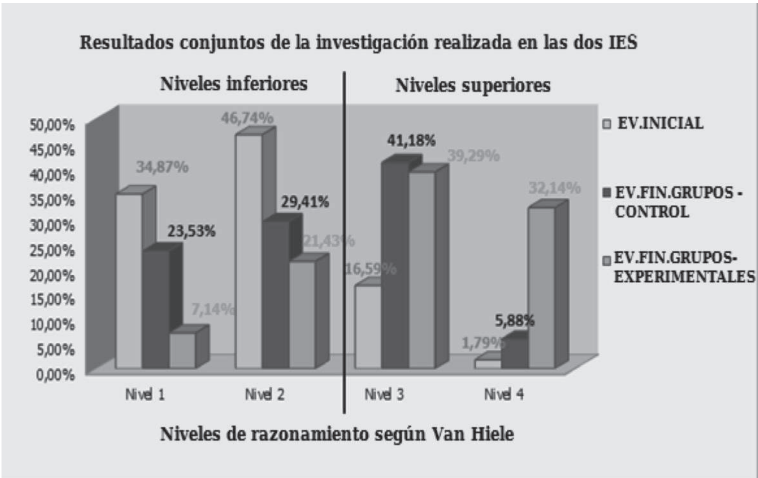


Figura 3. Resultados de los grupos en el proceso de investigación de las IES[4]

En la evaluación final, representada en la figura 3, se aprecia que la concentración de estudiantes en los niveles de razonamiento geométrico 1 y 2 de los grupos de control, corresponde a 9 estudiantes con un equivalente del 52,94% del total. Mientras que la suma de los grupos de investigación fue de 8 estudiantes correspondiente al 28,57% del total.

4 IES= Instituciones de Educación Superior. EV= Evaluación. FIN= Final.

La concentración de estudiantes en los niveles de razonamiento geométrico 3 y 4 del grupo de control fue de 8 estudiantes, esto es el 47,18% del total, mientras que en el grupo experimental de 20 estudiantes el equivalente es el 71,43% del total. En el estudio del fortalecimiento del razonamiento geométrico, la metodología con uso de software dinámico desarrollada en el grupo experimental, difiere de forma favorable en un 24,37%, frente a la metodología tradicional (desarrollada con el grupo de control de la Amazonía).

En la misma figura se puede visualizar que más del 75% del total de estudiantes que participaron en la evaluación inicial se ubican en los niveles inferiores del modelo de razonamiento de Van Hiele. En la evaluación final del grupo de control el porcentaje se reduce alrededor del 50%; y del grupo experimental el porcentaje baja a menos del 30%.

La metodología con uso de software dinámico desarrollada en el grupo experimental permitió variar aproximadamente un 45% de los niveles inferiores a los niveles superiores del modelo de razonamiento de Van Hiele: aproximadamente 20% más que la metodología tradicional. Adicionalmente, aporta a ubicar a más del 50% de los estudiantes en los niveles superiores del modelo de Van Hiele y a más del 30% en el nivel máximo.

Conclusiones

En la metodología de enseñanza-aprendizaje propuesta para el tratamiento de las demostraciones geométricas Euclidianas se diseñó un esquema algorítmico que permitió representar los teoremas por medio del software dinámico GeoGebra. En los recursos didáctico-tecnológicos, creados en el entorno de GeoGebra, los procesos de reflexión y su maduración fueron medidos a través de preguntas diseñadas para el establecimiento del nivel alcanzado en la escala de Van Hiele. Por medio de dos etapas de experimentación se probó la efectividad de la metodología de enseñanza-aprendizaje en el tratamiento de las demostraciones Euclidianas.

La investigación generó un útil recurso dinámico para la enseñanza de 9 teoremas Euclidianos. Sin embargo, la metodología algorítmica presentada es flexible y brinda la posibilidad de crear nuevos recursos de cualquier teorema que pueda ser representado por medio de una figura. Se proyecta como una investigación interesante al extender al abordaje de las demostraciones en el campo de la geometría hiperbólica, elíptica, descriptiva, espacial, proyectiva y fractal. Además, nuestro proceso de investigación busca generar instructivos para profesores de educación básica que aprovechen la facilidad de uso de la interfaz gráfica de GeoGebra y así crear un nuevo material para capacitación y actualización de docentes de instrucción básica para la Amazonía ecuatoriana.

Referencias bibliográficas

Adela, J. P., & Gutiérrez A. (2009). *Una Propuesta de Fundamentación para la Enseñanza de la Geometría: El modelo de Van Hiele*. Sevilla: Alfar.

Aravena, M., & Caamaño, C. (2013). Niveles de Razonamiento Geométrico en Estudiantes de Establecimientos Municipalizados. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa,* 16(2), 173.

Calvache, G. (2009). *Geometría.* Quito: Escuela Politécnica Nacional.

García, T. (2011). *La Geometría Dinámica como Herramienta Didáctica para el Dibujo*. Cantabria: Universidad de Cantabria.

Llerena, C. (2019). *Demostraciones geométricas, euclídianas y no euclídeas medidas por software dinámico, evaluadas bajo el modelo de Van Hiele en el proceso de nivelación emblemática. (Trabajo de fin de Mastet).* Quito: Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.

Martínez, N. (2004). Los modelos de enseñanza y la práctica de aula. *Enseñanza Aprendizaje, Evaluación y Memoria Educativa,* 19.

UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN

Secuencias didácticas con GeoGebra: aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas

Richar Lutter Calderón Zambrano[1]
Universidad Técnica de Machala
Germán Wilfrido Panamá Criollo[2]
Carlos Gonzalo Morales Figueroa[3]

1 Richar Lutter Calderón Zambrano es docente de la Universidad Técnica de Machala. Posee 10 años de experiencia como profesor de Matemáticas. Cuenta con títulos de tercer y cuarto nivel como: Químico Industrial, Doctor Químico Industrial y Magíster en docencia de las Matemáticas. richar-2368@hotmail.com

2 Germán Wilfrido Panamá Criollo. Docente Investigador Ocasional de la Universidad Nacional de Educación-UNAE, Azogues - Ecuador. Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física, Magíster en Docencia de las Matemáticas, Máster universitario en formación internacional especializada del profesorado, especialidad en ciencias exactas: física y matemáticas. Se ha desempeñado como docente de Matemáticas y Física en los distintos niveles del sistema educativo ecuatoriano. german.panama@unae.edu.ec

3 Docente investigador ocasional de la Universidad Nacional de Educación-UNAE ubicada en la parroquia Javier Loyola, de la ciudad de Azogues, perteneciente a la provincia del Cañar – Ecuador. Magíster en Docencia de las Matemáticas, Diploma Superior en Investigación Socioeducativa, Licenciado en Ciencias de la Educación en la especialización de Matemáticas y Física. Docente de Matemáticas y Física en el sistema de educación Secundaria del Ecuador y Bachillerato General Unificado, también, en el Instituto Superior Tecnológico del Azuay. carlos.morales@unae.edu.ec

Universidad Nacional de Educación

Resumen

Este trabajo es una propuesta metodológica de aplicación de secuencias didácticas con el apoyo de GeoGebra para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas en una institución educativa privada de la ciudad de Machala. El propósito es lograr aprendizajes significativos y desarrollo de destrezas de funciones lineales y cuadráticas bajo el enfoque constructivista. La investigación tiene un enfoque mixto y un diseño cuasi experimental con pre-test y pos-test aplicado a dos grupos: uno experimental y otro de control. Al grupo experimental se le aplicó la propuesta metodológica y un cuestionario de percepción acerca de la implementación de la propuesta, y al grupo de control se le impartió clases sin intervención. En conclusión, la propuesta ayudó a desarrollar destrezas de funciones lineales y cuadráticas y los estudiantes alcanzaron aprendizajes significativos.

Palabras claves: Modelo constructivista con las TIC, Aprendizaje significativo, Secuencia didáctica, Funciones lineales y cuadráticas.

Didactic sequences with GeoGebra: learning the linear and quadratic function

Abstract

This is work is a methodological proposal of application of didactic sequences with the support of GeoGebra for the learning of linear and quadratic functions in a private educational institution of the city of Machala. The purpose is to achieve significant learning and skills development of linear and quadratic functions under the constructivist approach. The research has a mixed approach and a quasi-experimental design with pre-test and post-test applied to two groups, one experimental and one control. The methodological proposal was applied to the experimental group and the control group was given classes without intervention. The experimental group applied a perception questionnaire about the implementation of the proposal. In conclusion, the proposal helped to develop skills of linear and quadratic functions and the students achieved significant learning.

Keywords: Contructivist model with TIC, Meaningful learning, Didactic sequence, Linear and quadratic functions.

Introducción

Este trabajo realizado en el año escolar 2016-2017 en la Unidad Educativa Particular Hermano Miguel de la ciudad de Machala nació por las dificultades que tuvo el docente de matemáticas a la hora de enseñar funciones lineales y cuadráticas. En las clases se pudo evidenciar el desinterés de los estudiantes y el poco domino que tienen sobre las Destrezas con Criterio de Desempeño (DCD) de años anteriores.

Por otro lado, las estrategias metodológicas que utilizó el docente no fueron las más adecuadas para la enseñanza de las matemáticas, pues estas carecían de materiales didácticos dimensionados a través de una secuencia didáctica, uso de software libre, trabajo en equipos, etc. Por tales motivos fue necesario replantear la enseñanza de las funciones lineales y cuadráticas.

El propósito central de este trabajo fue el de gestionar logros de aprendizaje significativo de funciones lineales y cuadráticas mediante secuencias didácticas con apoyo de GeoGebra. Para lograr la meta planteada se diagnosticó los conocimientos previos del estudiantado, se implementó nueve secuencias didácticas con el apoyo de GeoGebra y se evaluó la intervención educativa. Según Cabanne (2006): "La tarea de cualquier profesor reside en enseñar matemáticas. Sin embargo, cuando los estudiantes no aprenden, los profesores nos sentimos insatisfechos, preocupados y deberíamos preguntarnos sobre la falta de éxito […]" (p.18).

La intervención se basó en el enfoque constructivista de Jean Piaget, cuyos objetivos son los de favorecer las destrezas en el estudiantado para que construyan sus propios conocimientos en un ambiente de confianza centrado en la realidad social de su contexto. La presente propuesta está centrada en la ejecución de actividades por parte del estudiantado que se cimientan en las secuencias didácticas donde la intención es promover la actividad individual y grupal, la iniciativa, el descubrimiento y la curiosidad del estudiante, con la finalidad de obtener aprendizajes significativos bajo los parámetros de David Ausubel.

La investigación se realizó con un enfoque mixto y un diseño cuasi experimental. Participaron dos grupos: el grupo experimental y el grupo de control representados por el 3ero de BGU "A" y 3ero de BGU "B", respectivamente. Se aplicó un pre test y un post test a los dos grupos y una encuesta al grupo experimental que midió la percepción individual de cada estudiante sobre la metodología que fue utilizada en el aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas. Por último, se analizó los resultados cuantitativos y cualitativos. Así también las conclusiones de la implementación metodológica que ayudó a desarrollar DCD de funciones lineales y cuadráticas.

Fundamentación teórica

El constructivismo

Es una teoría educativa que sitúa al docente como guía del proceso de enseñanza-aprendizaje y el estudiante es un sujeto que aprende de manera activa y construye su propio conocimiento con la utilización de materiales didácticos como mediadores del proceso.

"El sujeto construye el conocimiento de la realidad, ya que ésta no puede ser conocida en sí misma, sino a través de los mecanismos cognitivos de que se dispone, y que, a su vez, permiten transformaciones de esa misma realidad" (Araya, Alfaro y Andonegui, 2017, p.77).

Jean Piaget, uno de los más destacados representantes del constructivismo "se centra en cómo se construye el conocimiento partiendo desde la interacción con el medio [...]" (Ecured, 2016). En esa dirección, enseñar matemáticas u otra asignatura de manera contextual, ayuda al estudiantado a dar sentido a lo que aprende, gracias a la interacción que se genera en equipos de trabajo cooperativo donde el docente es facilitador y mediador del proceso didáctico. Según Dewey, citado por Claudia Ordóñez (2011), "[...] el aprendizaje experiencial es activo y genera cambios en la persona y en su entorno [...]" (p.166). Ante lo expuesto, el emplear distintos tipos de materiales didácticos en el proceso de enseñanza permite consolidar aprendizajes activos y significativos debido a que el estudiante manipula, analiza, critica, razona y da sentido a lo que aprende.

Desde el constructivismo se puede aseverar que la relación entre la tecnología y el aprendizaje del estudiante es un resultado que no se limita al aula de clases sino que se expande a nuevas dimensiones de la enseñanza. Así es más eficiente la comprensión de conceptos, teoremas, axiomas matemáticos, etc., el sujeto que aprende de manera interactiva desde metodologías colaborativas sustentadas en las competencias digitales autogestiona significativamente su propio aprendizaje.

El aprendizaje significativo

En nuestro contexto lograr aprendizajes significativos en matemáticas amerita un trabajo de dedicación del estudiantado y un buen desempeño del docente que guía el aprendizaje de esta ciencia. Sin embargo, en el proceso se tienen dificultades que pueden ser solventadas por la creatividad y capacidad de innovación del docente de matemáticas.

Esta situación proyecta el uso de materiales didácticos atractivos que favorezcan la generación de aprendizajes significativos. Según Ausubel, citado por R. Suárez, (2007):

"Para que la información pueda ser aprendida debe percibirse selectivamente, debe ser estructurada de manera significativa, codificada dentro de una estructura aprendida previamente, diferenciada dentro de tal estructura para su posterior evocación, y consolidada después para permitir su transferencia" (p. 12).

Secuencia didáctica

Uno de los aspectos fundamentales que un docente debe manejar en la práctica diaria es el diseño de secuencias didácticas que favorezcan el aprendizaje de los estudiantes. Esta parte del quehacer docente requiere que se tomen en consideración tres elementos esenciales: las características de los estudiantes, el contexto en el que se desarrolla la práctica y el plan de estudios vigente (Docente al día, 2019. párr.1). Barrazueta (2014) define a la secuencia didáctica como: "[…] pequeños ciclos de aprendizaje dentro o fuera del aula que pretenden cumplir con ciertos objetivos específicos. En esa perspectiva, adquiere mayor relevancia la evaluación formativa" (pp. 27-28).

El profesor de matemáticas debe ser consciente que una secuencia didáctica favorece el aprendizaje, pues es un recurso que orienta la asimilación del aprendizaje por fases (inicio, desarrollo y cierre). Cada fase tiene un número específico de actividades que favorecen el aprendizaje significativo de las matemáticas y favorecen la realización de una evaluación integra de los aprendizajes alcanzados por el estudiantado. Cuevas, Valenzuela, Osorio y Trujillo (2016) consideran que: "Una secuencia comprende un conjunto de situaciones didácticas o actividades ordenadas con un grado de dificultad progresivo, en las que interactúan estudiantes, profesor y medios, para la comprensión de un objeto matemático específico (p.167).

GeoGebra

El avance de la tecnología no solo favorece a la industria, a la medicina, a las artes, etc., sino también a la educación. Un caso concreto y objeto de referencia en esta experiencia educativa es el software libre

GeoGebra que "es un programa sencillo y fácil de utilizar, que permite que, desde el primer instante, sea posible realizar construcciones y afrontar la resolución de problemas a través de las herramientas y opciones que ofrece" (Carrillo, 2009, p.16).

La apariencia amigable y dinámica de GeoGebra permite realizar construcciones geométricas como la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas para su posterior análisis y determinación de sus características funcionales.

Resultados de la experiencia educativa

El análisis de los resultados del pre-test y post-test aplicados al grupo experimental y al grupo de control se lo realizó en la escala de calificaciones establecida en el artículo 194, del Reglamento de la Ley de Educación Intercultural Bilingüe.

Figura 1.

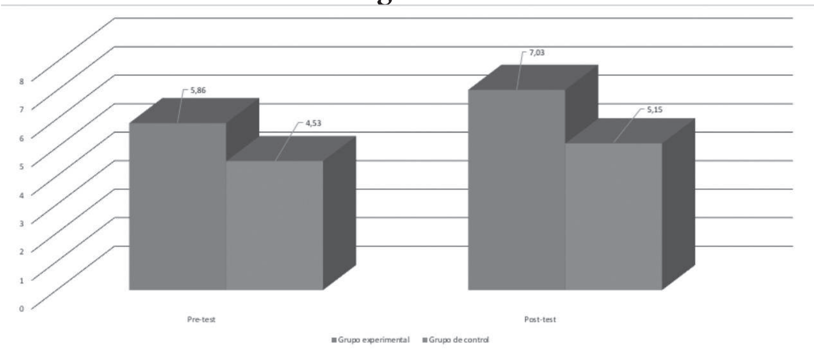


Figura 1. Promedios finales del grupo experimental y de control
Fuente: Elaboración propia (2017)

Se evidencia que el promedio general del grupo experimental en el pre-test fue de 5,6 puntos, luego de la aplicación de la metodología. En el pos-test el grupo logró un promedio de 7,03 puntos, que denota un incremento en el rendimiento del grupo en 1,17 puntos. Uno de los factores que impidió que el grupo alcance mejores resultados fue la carencia de dominio de DCD de matemáticas que corresponden a la Educación General Básica y Bachillerato. Por otra parte, el promedio general del grupo de control en el pre-test fue de 4,53 puntos. En el pos-test el grupo logró un promedio de 5,15 puntos, lo que demuestra un incremento en el rendimiento del grupo en 0,62 puntos.

Las DCD de funciones lineales y cuadráticas que están propuestas en las secuencias didácticas con el apoyo de GeoGebra debieron ser desarrolladas en el primer año de bachillerato de acuerdo al currículo del año 2010. Lo anterior quiere decir que los estudiantes de los terceros de bachillerato ya estudiaron la temática planteada en esta investigación. Sin embargo, los resultados del pre-test y del pos-test de los grupos dejan la interrogante investigativa sobre *¿qué factores impidieron un mejor rendimiento académico de los grupos de estudio?*

Resultados de la encuesta de percepción aplicada al grupo experimental sobre la propuesta metodológica

Un alto porcentaje de estudiantes del grupo experimental reveló su satisfacción por el empleo de secuencias didácticas en el proceso de aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas, e indicó que les gustaría que su profesor de matemáticas empleara con mayor regularidad dichas secuencias. Los estudiantes experimentaron un mejoramiento en su nivel de aprendizaje de las matemáticas e indicaron que mejoraron sus destrezas conceptuales, de modelización y procedimentales.

Con respecto a las actividades planteadas en las tres fases de la secuencia didáctica, el grupo experimental las consideró medianamente relevantes. Además, los estudiantes de este grupo afirmaron que las secuencias didácticas fueron un apoyo en la consecución de los objetivos de aprendizaje del tema planteado y que el uso de GeoGebra dinamizó el aprendizaje, pues tuvieron la posibilidad de manipular las herramientas del programa y observar las distintas variaciones. Por otro lado, el grupo indicó que las actividades más complejas de la secuencia didáctica estuvieron en la etapa de desarrollo; las actividades de apertura y de cierre fueron las menos complejas desde su percepción. Finalmente, el grupo de control sugirió que antes de utilizar GeoGebra se deben desarrollar clases introductorias para el manejo de este software.

Conclusiones

- Por medio de un pre-test se diagnosticó sobre los conocimientos de los estudiantes del grupo experimental y de control sobre la temática de la función lineal y cuadrática. Es preciso indicar que las DCD evaluadas debieron ser abordadas en el primer año de bachillerato de acuerdo al currículo de matemáticas del año 2010.

- Se elaboraron nueve secuencias didácticas con el apoyo de GeoGebra acorde a las tres etapas del recurso didáctico que corresponden a las actividades de: apertura, de desarrollo y de cierre. Las actividades programadas en las tres etapas fueron destinadas a la exploración de los conocimientos previos, la construcción del nuevo conocimiento y la consolidación de los conocimientos adquiridos con respecto a las funciones lineales y cuadráticas.

- La implementación de la secuencia didáctica con el apoyo de GeoGebra mejoró el dominio de las DCD o logros de aprendizajes de las funciones lineales y cuadráticas, ya que se contó con un grupo de actividades elaboradas de manera sistemática y secuencial que optimizó los tiempos en el desarrollo de DCD. Además creó un ambiente agradable de aprendizaje y, por ende, se mejoró la comunicación entre el docente y el estudiantado.

- Luego de la aplicación metodológica al grupo experimental y las clases normales dictadas al grupo de control, mediante un pos-test se evaluaron los resultados cuantitativos y cualitativos, alcanzados por los dos grupos de acuerdo a la escala de calificaciones expedida en el Reglamento de la Ley Orgánica de Educación Intercultural Bilingüe (2012), en el artículo 194. La propuesta didáctica aplicada al grupo experimental incidió favorablemente en la consecución de DCD de las funciones lineales y cuadráticas. Además, el uso de GeoGebra brindó facilidades y una mejor comprensión en el análisis de las gráficas de funciones lineales y cuadráticas.

- La utilización de secuencias didácticas con el apoyo de GeoGebra obedeció al enfoque pedagógico constructivista propuesto por el Ministerio de Educación del Ecuador. A través de este se observó que los estudiantes indagaron conocimientos previos, construyeron nuevos y aplicaron lo que aprendieron en equipos colaborativos con la asesoría permanente del docente de matemáticas. "La enseñanza de las matemáticas es muy complicada; el aprendizaje no es tarea simple, hay mucho de incertidumbre y de improvisación" (Cabanne, 2007).

Referencias bibliográficas

Araya, V., Alfaro, M., y Andonegui, M. (2007). *Constructivismo: orígenes y perspectivas.* Laurus, 13(24) 76-92. Recuperado de http://raulkoffman.com/wp-content/uploads/2012/07/Constructivismo-or%C3%ADgenes-y-perspectivas.pdf

Barrazueta, J. (2014). *El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social - cognitivo y desarrollada en geogebra.* (Tesis de maestría, Universidad de Cuenca). Recuperado de http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/20824/1/tesis.pdf

Carrillo de Albornoz, A. y Llamas, I. (2009). *GeoGebra. Mucho más que geometría dinámica.* México: Alfaomega.

Cabanne, N. (2007). *Didáctica de la matemática.* Buenos Aires: Bonum.

Ordóñez, C. (2011). *Pedagogía y Didáctica.* Quito: MinEduc.

Docentes al día. (2017) *¿Cómo diseñar una secuencia didáctica?* Recuperado de https://docentesaldia.com/2019/02/10/inicio-desarrollo-y-cierre-como-disenar-una-secuencia-didactica/

Ministerio de Educación. (2010). *Lineamientos Curriculares para el Bachillerato General Unificado.* Quito-Ecuador: MinEduc. Recuperado de https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2013/09/Lineamientos_Matematica_090913.pdf.pdf

Ministerio de Educación. (2012). *Estándares de Calidad Educativa*. Quito-Ecuador: MinEduc. Recuperado de https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2012/09/estandares_2012.pdf

EcuRed. (2016). *Constructivismo* [en línea]. Recuperado de https://www.ecured.cu/Constructivismo_(Pedagog%C3%ADa)

Hernández, E. (2008). El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje. *Revista de Universidad y Sociedad del conocimiento,* 2(5), 1-10. Recuperado de http://rusc.uoc.edu/rusc/es/index.php/rusc/article/download/v5n2-hernandez/335-1252-2-PB.pdf

López, E. (2014). P*roductos notables, factorización y ecuaciones de segundo grado con una incógnita, una propuesta didáctica para el bachillerato del colegio de ciencias y humanidades.* (Tesis de maestría, Universidad Autónoma de México). Recuperado de http://132.248.9.195/ptd2008/septiembre/0632397/Index.html

UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN

Experiencia de la enseñanza y aprendizaje del álgebra y geometría con ayuda de GeoGebra

Carlos Gonzalo Morales Figueroa[1]
Germán Wilfrido Panamá Criollo[2]
Universidad Nacional de Educación

---

1 Docente investigador ocasional de la Universidad Nacional de Educación-UNAE, ubicada en la parroquia Javier Loyola, de la ciudad de Azogues, perteneciente a la provincia del Cañar – Ecuador. Magíster en Docencia de las Matemáticas, Diploma Superior en Investigación Socioeducativa, Licenciado en Ciencias de la Educación en la especialización de Matemáticas y Física. Docente de Matemáticas y Física en el sistema de educación secundaria del Ecuador y Bachillerato General Unificado, también, en el Instituto Superior Tecnológico del Azuay. carlos.morales@unae.edu.ec

2 Docente investigador ocasional de la Universidad Nacional de Educación-UNAE Azogues - Ecuador. Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física, Magíster en Docencia de las Matemáticas, Máster universitario en formación internacional especializada del profesorado, especialidad en ciencias exactas: física y matemáticas, se ha desempeñado como docente de Matemáticas y Física en los distintos niveles del sistema educativo ecuatoriano. german.panama@unae.edu.ec

Resumen

Las estrategias y metodología utilizadas para la enseñanza del bloque álgebra y geometría mediante la herramienta del software GeoGebra dimensionan el aprendizaje y el mejoramiento del rendimiento de los estudiantes del primero de bachillerato del Colegio Nacional Mixto San Joaquín.

En la planificación de ese bloque se elaboraron estrategias como: resolver problemas, trazos de gráficas, exposición de temas y la utilización del método ERCA. Algunas de las actividades relacionadas con vectores, geometría y aplicación de los vectores en la Estática fueron realizadas en GeoGebra.

Al iniciar esta experiencia los estudiantes tuvieron dificultad en el manejo de GeoGebra y en la solución de los ejercicios mediante esta herramienta, inconvenientes que fueron superados por el interés, la curiosidad y la motivación que ellos tuvieron por aprender. En cada sesión, los estudiantes resolvieron ejercicios cuya práctica permitió una evaluación final satisfactoria.

Palabras claves: Estrategias, Metodología, GeoGebra, Álgebra, Geometría, Enseñanza y Aprendizaje.

Experience of teaching and learning from algebra and geometry with the help of GeoGebra

Abstract

The strategies and methodology used for the teaching of the algebra and geometry block using the GeoGebra software tool, the learning and the improvement of the performance of the students of the first baccalaureate of the National School San Joaquín is estimated.

Within the planning of the Algebra and Geometry block, some strategies are developed such as: solving problems, graphic traces, exposing topics among others and using the ERCA method, some of the activities are elaborated in the GeoGebra software as vectors, geometry and application of the vectors in the Static.

The classes take place at a different time than normal classes, at the beginning the students had difficulty handling the GeoGebra software, solving the exercises using this tool, but the interest, curiosity and motivation they had to learn how to use this software helped a lot in solving this problem, little by little in the classes the progress of the use of this tool and application in the problems raised is noted, all the students in each session solve the exercises and the final evaluation is satisfactory.

Keywords: Strategies, Methodology, GeoGebra, Algebra, Geometry, Teaching and learning.

Introducción

La educación se ha modificado desde sus inicios hasta la actualidad. En la última década, la inclusión de las TIC ha permitido formular nuevas estrategias y metodologías para la enseñanza-aprendizaje en todas las áreas de estudio. Por lo tanto, se ha pasado de "aprender informática" a "aprender con la informática".

Sin duda, las TIC son una herramienta base para la elaboración de estrategias de aprendizaje. En la actualidad, no se puede desconocer el papel trascendental que la informática proporciona en aplicaciones prácticas que llevan, sin duda, a la construcción individual del conocimiento en el estudiante.

En un contexto próximo nos enfocaremos en el Colegio Nacional Mixto San Joaquín ubicado en la parroquia San Joaquín de la ciudad de Cuenca- Ecuador, donde se ha implementado un laboratorio de informática. Sin embargo, el uso que los maestros y estudiantes hacen no es efectivo debido al desconocimiento que existe en relación al manejo de software educativo.

Planteamiento del problema

En los últimos diez años son pocos los estudiantes del Colegio Nacional Mixto San Joaquín que no han podido seguir carreras como ingeniería, arquitectura o contabilidad, por los escasos conocimientos que tienen de las matemáticas. Entre las causas principales se citan:

- Poca carga horaria de matemáticas.
- Estrategias y metodologías insuficientes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Conocimientos previos insuficientes en matemáticas para el nivel de bachillerato.

Si bien, en tiempos anteriores se utilizaban métodos que permitían un aprendizaje mínimo de las matemáticas, hoy en día la sociedad exige que el ser humano esté formado con conocimientos competentes para dar soluciones a problemas que se presentan en el contexto.

Lo anterior obliga a que el docente proponga estrategias metodológicas que diseñen nuevas alternativas educativas para mejorar el razonamiento matemático de los estudiantes. Por lo tanto, este trabajo se enfoca en crear fuentes metodológicas desde GeoGebra como una herramienta básica en el proceso de enseñanza-aprendizaje del bloque álgebra y geometría que tiene una relación directa con la actualidad y el contexto en el que se va a aplicar.

Objetivo general

Diseñar y aplicar ejercicios del bloque álgebra y geometría con la ayuda de GeoGebra que contribuyan a mejorar en el aprendizaje de las matemáticas y en el rendimiento de los estudiantes de los primeros años de bachillerato del Colegio Nacional Mixto San Joaquín.

Objetivos específicos

- Diagnosticar cuáles son las herramientas de Álgebra y Geometría más utilizadas en el primero de bachillerato del Colegio Nacional Mixto San Joaquín.

- Diseñar y planificar actividades con GeoGebra que optimicen el aprendizaje y motiven el estudio del Álgebra y Geometría.

- Aplicar las actividades planificadas a los estudiantes de los primeros años de bachillerato del Colegio Nacional Mixto San Joaquín.

- Evaluar los resultados obtenidos con los primeros años de bachillerato del Colegio Nacional Mixto San Joaquín.

Estrategias metodológicas

"Las estrategias de enseñanza son medios o recursos para prestar la ayuda pedagógica ajustada a las necesidades de progreso de la actividad constructiva de los estudiantes" (Frida Díaz Barriga Arceo, 2010). Las estrategias y metodologías que se sugieran estarán orientadas a mejorar los conocimientos adquiridos, problemas dentro del contexto y demostraciones propias de los estudiantes.

Las TIC como herramientas de aprendizaje

La utilización de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje permite pensar cómo utilizar software para dar solución a problemas y cómo elaborar nuevos materiales didácticos de aprendizaje de las matemáticas. Programas como: Adobe Flash Profesional CS3, GeoGebra, Modellus, entre otros, nos permiten crear animaciones y dar soluciones a ejercicios de matemáticas. El uso de estos programas con adecuadas estrategias metodológicas permitirán al estudiante: conceptualizar, aplicar, razonar y resolver problemas aritméticos, por ejemplo.

GeoGebra desarrolla soluciones a diversos problemas matemáticos. Sus herramientas son fáciles de manejar y los estudiantes en este nivel resuelven ejercicios de vectores y ecuaciones de manera dinámica (GeoGebra, s.f.).

Metodología

En la ejecución del proyecto se aplica el método analítico-sintético y en la fase de fundamentación teórica se utilizan herramientas como el fichaje a fin de recopilar la información seleccionada. Para el proceso de ejecución, el trabajo se guiará con el método inductivo, acompañado de técnicas como el cuestionario para diagnosticar el estado de los estudiantes antes y después de plantearles las estrategias propuestas. Finalmente, al momento de evaluar nuestro proyecto se utiliza nuevamente el método analítico-sintético, pues deberemos establecer las conclusiones pertinentes, a través de bases de datos y cuadros estadísticos.

Dentro de la planificación se aborda el método ERCA (experiencia, reflexión, conceptualización y aplicación). El tiempo de cada clase es de 90 minutos (Sánchez, 2010).

Aplicación de las estrategias metodológicas

En esta etapa del proyecto se realizan estrategias metodológicas como: diseño de planificación del bloque álgebra y geometría, planificación de las clases y sus actividades correspondientes para lograr los objetivos planteados.

Resultados de los aprendizajes requeridos del bloque álgebra y geometría

Tabla 2.

Unidad Educativa San Joaquín Primero de Bachillerato "A"						
Calificaciones actitudinales y procedimentales						
Parámetros de aprendizajes requeridos	Primer Quimestre			Segundo Quimestre		
	I Parcial	II Parcial	III Parcial	I Parcial	II Parcial	III Parcial
No alcanzan los AR	36%	18%	52%	6%	24%	0%
Próximos AR	64%	76%	48%	21%	34%	0%
Alcanzan AR	0%	6%	0%	55%	33%	18%
Dominan AR	0%	0%	0%	15%	9%	0%
Superan AR	0%	0%	0%	3%	0%	82%
Rendimiento	9,83%	56,17%	48,29%	79,29%	63,39%	94,85%

Tabla 2. Resultados de aprendizaje alcanzados por los estudiantes del Primero A, año lectivo 2012-2013
Fuente: Elaboración propia

Los datos estadísticos del cuadro demuestran la diferencia entre las actividades aplicadas en los parciales 1, 2 y 3 del primer quimestre y 1 y 2 del segundo quimestre. Los resultados actitudinales y procedimentales son bajos en consonancia con las aplicadas en el tercer parcial del segundo quimestre.

Tabla 2.

Unidad Educativa San Joaquín Primero de Bachillerato "A"		
Calificaciones cognitivas		
Parámetros de aprendizajes requeridos	Primer Quimestre	Segundo Quimestre
	Examen I Quimestre	Examen II Quimestre
No alcanzan los AR	39%	0%
Próximos AR	49%	21%
Alcanzan AR	12%	79%
Dominan AR	0%	0%
Superan AR	0%	0%
Rendimiento	55,03%	74,79%

Tabla 2. Comparación de los resultados de aprendizaje alcanzados en el primer quimestre y segundo quimestre por los estudiantes del Primero A, año lectivo 2012-2013
Fuente: Elaboración propia

Los datos estadísticos del cuadro demuestran la diferencia de la evaluación quimestral, en donde el segundo quimestre es superior al primer quimestre.

Tabla 3.

Unidad Educativa San Joaquín Primero de Bachillerato "B"						
Calificaciones actitudinales y procedimentales						
Parámetros de aprendizajes requeridos	**Primer Quimestre**			**Segundo Quimestre**		
	I Parcial	II Parcial	III Parcial	I Parcial	II Parcial	III Parcial
No alcanzan los AR	3%	3%	3%	3%	35%	0%

Próximos AR	97%	97%	97%	12%	62%	0%
Alcanzan AR	0%	0%	0%	82%	3%	0%
Dominan AR	0%	0%	0%	3%	0%	0%
Superan AR	0%	0%	0%	0%	0%	100%
Rendimiento	61,63%	58,16%	58,25%	78,04%	55,41%	100%

Tabla 3. Resultados de aprendizaje alcanzados por los estudiantes del Primero B, año lectivo 201-2013
Fuente: Elaboración propia

Los datos estadísticos del cuadro demuestran la diferencia entre las actividades aplicadas en los parciales 1, 2 y 3 del primer quimestre y 1 y 2 del segundo quimestre. Los resultados actitudinales y procedimentales son bajos en contraste con las aplicadas en el tercer parcial del segundo quimestre.

Tabla 4.

Unidad Educativa San Joaquín Primero de Bachillerato "B"		
Calificaciones cognitivas		
Parámetros de aprendizajes requeridos	Primer Quimestre	Segundo Quimestre
	Examen I Quimestre	Examen II Quimestre
No alcanzan los AR	100%	0%
Próximos AR	0%	97%
Alcanzan AR	0%	3%
Dominan AR	0%	0%
Superan AR	0%	0%
Rendimiento	24,03%	61,36%

Tabla 4. Comparación de los resultados de aprendizaje alcanzados en el primer quimestre y segundo quimestre por los estudiantes del Primero B, año lectivo 2012-2013
Fuente: Elaboración propia

Los datos estadísticos del cuadro demuestran la diferencia de la evaluación quimestral. En dichos datos se proyecta que el segundo quimestre es superior al primer quimestre.

Conclusiones

- Las estrategias y metodologías de la planificación fueron aplicadas al 100%.

- La utilización del software GeoGebra fue aplicado al 100% en la solución de ejercicios de álgebra y geometría en cada una de las actividades.

- Los resultados de aprendizaje del bloque álgebra y geometría del Primero de Bachillerato son satisfactorios.

- Los resultados de rendimiento del bloque álgebra y geometría del Primero de Bachillerato con respecto a los bloques anteriores son muy satisfactorios.

- Los estudiantes reflejaron la necesidad de uso frecuente de las TIC para desarrollar los ejercicios matemáticos.

Recomendaciones

- La planificación debe tener una modificación en los tiempos de las diferentes actividades que se realizan en clase. Es evidente que se tuvo dificultades por ser la primera vez, pero con la experiencia obtenida para la próxima oportunidad se evitarán inconvenientes.

- Los estudiantes necesariamente deben realizar la adquisición de una computadora y los que ya tienen tendrán que instalar GeoGebrapara que puedan practicar en casa y desarrollar sus propios aprendizajes matemáticos.

• Es importante elaborar proyectos de interrelación entre el área de computación y matemática desde el manejo de softwares como GeoGebra.

• Los profesores deben actualizarse en los conocimientos de la asignatura de matemáticas y en el manejo de las TIC. Para este proyecto se recomienda la preparación del manejo de GeoGebra.

Referencias bibliográficas

Díaz-Barriga, F., Hernández, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo* (Tercera ed.). México: McGRAW-HILL/Interamericana.

Galindo, E. (2011). *Matemática 1 Conceptos y Aplicaciones.* Quito-Ecuador: Editores Prociencia.

GeoGebra. (s.f.). *GeoGebra - Aplicaciones matemáticas.* Obtenido de GeoGebra - Aplicaciones matemáticas: https://www.GeoGebra.org/

Sánchez, M. (25 de mayo de 2010). *Plan de clase. Ciclo del aprendizaje. mp4.* Obtenido de Plan de clase. Ciclo del aprendizaje. mp4: https://www.youtube.com/watch?v=mKqzvR5UVqc

TALLERES

"GeoGebra en la enseñanza de la Estadística Descriptiva"

Fredy Rivadeneira Loor [1]
Universidad Técnica de Manabí – Instituto GeoGebra de la UTM

Resumen

En la Universidad Técnica de Manabí la Estadística es considerada una asignatura básica y se estudia en la mayoría de las carreras que se ofertan. Esta situación ha dado origen a que se presenten ciertas dificultades en el avance del syllabus que se desarrolla debido a que no todo el estudiantado llega con sólidos conocimientos en lo que a Estadística Descriptiva se refiere.

1 Fredy Rivadeneira Loor, profesor de matemáticas, nacido en el cantón Rocafuerte provincia de Manabí, viene siendo parte de varios procesos de formación tanto para profesores como para estudiantes. En la Universidad Técnica de Manabí lidera el Instituto GeoGebra; ha participado como ponente en importantes eventos académicos relacionados con la Matemática Educativa, además de ser autor, coautor y revisor de publicaciones científicas. fredyrivadeneiraloor@gmail.com; fyrivadeneira@utm.edu.ec

El taller “GeoGebra en la Enseñanza de la Estadística Descriptiva” se presenta como una alternativa de solución al problema descrito y es el resultado de la experiencia desarrollada al implementarlo con estudiantes de Ingeniería del mencionado centro de estudios, DEL segundo ciclo del período académico 2018.

Palabras clave: GeoGebra, Educación, Matemática, Didáctica, Estadística.

GeoGebra in the teaching of Descriptive Statistic

Abstract

In the Technical University of Manabí, Statistics is considered a basic subject and is studied in most of the careers that are offered. This situation has given rise to certain difficulties in the advance of the syllabus that develops because not all the students arrive with solid knowledge in Descriptive Statistics.

The workshop "GeoGebra in the Teaching of Descriptive Statistics" is presented as an alternative solution to the problem described and is the result of the experience developed to implement it with engineering students of the mentioned center of studies in the second cycle of the 2018 academic period.

Keywords: GeoGebra, Education, Mathematics, Didactic, Stadistics.

Objetivo

Desarrollar actividades que permitan utilizar las herramientas que posee GeoGebra para la enseñanza de la Estadística Descriptiva.

Generalidades

Estadística Descriptiva.

Según Johnson y Kuby (2008), la estadística descriptiva es la rama de la Estadística que se encarga de la obtención, presentación y descripción de los datos de la muestra.

GeoGebra

Es un software de matemática dinámica cuyo origen se remonta al año 2001 y es el resultado de la tesis de grado del matemático austriaco Markus Hohenwarter. En 2002 es lanzada la versión 1.0 en inglés y alemán. En el año 2017 la versión 6.0 se estrenó en 50 idiomasincluido el español.

GeoGebra en el aprendizaje de la Matemática

El desarrollo e impacto que ha tenido GeoGebra lo convierte en una de las primeras opciones al momento de escoger un software libre para ser utilizado como recurso de enseñanza de las matemáticas. Carrillo (2010) sostiene que:

GeoGebra no es solo geometría dinámica (Geo) y álgebra (Gebra), es mucho más, ya que ofrece herramientas y opciones que permitirán trabajar cualquier contenido matemático, sobre todo en niveles educativos equivalentes a Primaria, Secundaria o Bachillerato, sin contar las propuestas de futuro en las que están trabajando que harán que sea imprescindible para enseñar matemáticas.

Actualmente GeoGebra es utilizado en todos los niveles de enseñanza y por su versatilidad en Física está siendo muy aprovechado.

Fundamentación filosófica

Según Raymond Duval (2004) el aprendizaje de las matemáticas es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender matemáticas permite que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión.

Con GeoGebra se pueden utilizar distintos registros de representación al mismo tiempo, y con ello conseguir mejores resultados de aprendizaje de los objetos matemáticos estudiados. En la figura 1, por ejemplo, se pueden observar al menos tres registros de representación: gráfico, el área de las barras y lista de números.

Figura 1.

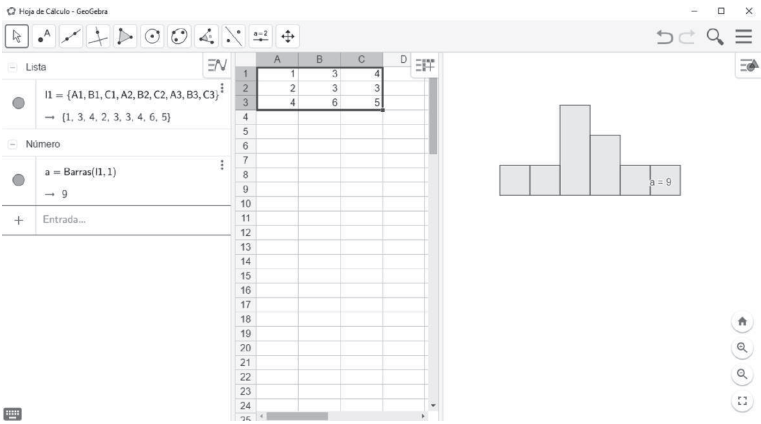


Figura 1. Gráfico de barras construido con GeoGebra
Fuente: Elaboración propia

Desarrollo del taller

Actividad 1.
Conociendo las herramientas que posee GeoGebra para aprender Estadística

Actividad 2.
Construyendo tablas de frecuencias.

Actividad 3.
Gráficos estadísticos

Actividad 4.
Medidas de tendencia central

Referencias bibliográficas

Carrillo, A. (2010). *GeoGebra. Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas.* España: Unión.

Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales.* Colombia: Universidad del Valle.

Johnson, R. & Kuby, P. (2015). E*stadística Elemental:* lo esencial. México: Cengage Learning Editores.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

GeoGebra y la Etnomatemática

Roxana Auccahuallpa Fernández[1]
Universidad Nacional de Educación

Resumen

En el presente taller de GeoGebra se elaboran tres actividades basadas en las herramientas de GeoGebra (versión 5) para trabajar la diversidad y la interculturalidad en el aula de matemáticas a través del conocimiento de la Etnomatemática y los procesos del medir. Las actividades que se desarrollan en el taller corresponden al proceso de medir desde el desarrollo de orden, tamaño, unidades, sistemas de medida, la precisión y la magnitud continua en la construcción de las

1 La profesora Roxana Auccahuallpa Fernández tiene una Licenciatura en Matemática Pura, una Maestría en Matemática Pura y un Doctorado en Currículo y Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Puerto Rico. Trabajó en varios proyectos de investigación en Matemáticas y Ciencias como MYTI (Maximizing Yield Through Integration I3), CESMER, ALACiMa (Alianza para el Aprendizaje de las Ciencias y Matemáticas) de la Universidad de Puerto Rico, MSP (Mathematics and Partnership) del Ministerio de Educación de Puerto Rico. Investigador principal del CANP5 (Capacity and Network Project – Ecuador, Perú, Bolivia y Paraguay) y CEMAS, facilitador y miembro del Instituto Ecuatoriano de Geogebra – Ecuador. Es docente investigador de la Universidad Nacional de Educación en el Ecuador y Directora de la carrera de Educación en Ciencias Experimentales. roxana.auccahuallpa@unae.edu.ec

Los mándalas son representaciones simbólicas espirituales y rituales del macrocosmos y el microcosmos que se utilizan en el budismo y el hinduismo.

figuras realizadas en GeoGebra. En este sentido, Bishop y D'Ambrosio (1999) señalan que educar matemáticamente a la persona va mucho más allá que enseñarles solo a hacer matemáticas. Para esto, se requiere de una conciencia fundamental de los valores que subyacen en las matemáticas con el objetivo de reconocer los conocimientos y saberes ancestrales de los pueblos que se dimensionan matemáticamente en tejidos, mándalas , taptanas, y otros.

Palabras clave: GeoGebra, Etnomatemática, Tejidos, Educación matemática.

GeoGebra and the Ethnomathematic

Abstract

In the present workshop of GeoGebra, there are three activities based on GeoGebra (version 5) toward of use of the tools are developed to work on diversity and interculturality in the classroom of mathematics through the knowledge of ethnomathematics and the processes of measuring. The activities carried out in the highest correspond to the process of measuring through the development of order, size, units, measurement systems, precision and the continuous magnitude in the construction of the figures made in GeoGebra. In this sense, Bishop and D'Ambrosio (1999) explain that requires a fundamental attention to learn mathematics and the recognition of the ancestral knowledge of the mathematics of peoples such as tissues, mándalas, taptanas, and others.

Keywords: GeoGebra, Ethnomathematic, Tissues, Mathematics education.

Introducción

Hablar de GeoGebra en pleno siglo XXI es desarrollar construcciones dinámicas e interactivas con este software. Más aún, en el campo de la Etnomatemática hay que considerar que podemos integrar construcciones de medición vinculadas con GeoGebra.

Para D'Ambrosio (1993), padre de la Etnomatemática, este programa de investigación surge para combatir los métodos tradicionales tanto de enseñanza como de la producción de conocimiento científico. En esa dirección, se valorizan saberes, conocimientos y técnicas de los diferentes ambientes socio-culturales. La Etnomatemática surge en la década del 70, en el marco de una nueva política del tercer mundo que permite viabilizar derechos y compromisos para atender los saberes de los pueblos, etnias, grupos y nacionalidades.

Como educadores e investigadores en el campo de la educación matemática, debemos considerar las prácticas Etnomatemáticas de los pueblos, grupos y nacionalidades que son consideradas como un dispositivo de gobierno multicultural que jerarquiza modos de existencia singular fijada en una identidad etnomatemática. En este sentido podemos valorizar las diferentes formas y técnicas de explicar, conocer, saber y hacer.

El taller 'GeoGebra y la etnomatemática' tiene como propósito desarrollar 3 actividades dinámicas en las que se construyen formas y figuras como diseño de mándalas. Se utilizan la opción de secuencias y listas con los estudiantes, docentes, educadores interesados en aprender las matemáticas desde las actividades cotidianas de los grupos, pueblos y nacionalidades étnicas.

Según Ubiratam D'Ambrosio (1980) y Alan Bishop (1990) actividades como contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar trazan habilidades de naturaleza innata en las personas. Así, en el taller se desarrollarán actividades para abordar procesos de la Etnomatemática como medir y diseñar.

Contar: Es la actividad que más sugiere un desarrollo matemático y probablemente es la actividad matemática mejor investigada en la literatura cultural. Sin duda, contar y asociar objetos con números proyectan una historia muy larga y muy bien documentada. En algunas culturas, los números están relacionados o son expresados por palabras que indican partes del propio cuerpo (Bishop, 1999).

Medir: La necesidad de medir en el proceso de sistematización de los conocimientos matemáticos de la humanidad a lo largo de su historia cumplió un papel importante que llevó a acciones de comparación y valoración de cosas y fenómenos, como, por ejemplo, el espacio donde dormir, la distancia a la que se encontraba un animal o la altura de un árbol.

Localizar: La localización geográfica siempre fue un factor importante en el desarrollo o decadencia de muchos pueblos. A lo largo de los tiempos, la humanidad ha desarrollado técnicas para escoger su lugar donde habitar. En ese proceso, se han considerado las características del entorno.

Diseñar: Las actividades de diseño están todas relacionadas con la confección de objetos y artefactos hechos por el hombre y que cada cultura ha creado para su vida de hogar, comercio, ornamentación, bienestar y juegos.

Jugar: El jugar puede parecer más que una forma extraña de incluir actividades culturales consideradas relevantes en el desarrollo de ideas matemáticas hasta que uno se da cuenta de que varios juegos están vinculados a las matemáticas y a la relación que lo anterior detona con el conocimiento.

Explicar: Este proceso eleva el conocimiento humano por encima del nivel asociado exclusivamente a la experiencia con el medio ambiente. La explicación es la actividad de exponer conexiones entre los diferentes fenómenos.

La metodología del taller será el Aprender Haciendo 'Rurashpa Yachakuy' con un enfoque constructivista. Los participantes reflexionarán y realizarán tres actividades en el taller 'GeoGebra y la Etnomatemática' que permitirán un análisis crítico y reflexivo de los procesos de la etnomatemática (medir y diseñar).

Elaboración de la Primera actividad

El objetivo de la primera actividad es el reconocimiento del uso de la opción de Listas y Secuencias en el software de GeoGebra a través de la relación y conexión entre los puntos construidos. Para esta actividad desarrollaremos redes con segmentos a través de la construcción de puntos: A, B, C, D, E, F, G, H, I.

Los pasos son los siguientes:

- Construir nueve puntos no colineales A, B, C, D, E, F, G, H, I en el software GeoGebra.
- Utilizar la opción de Secuencia y Listas para relacionar los nueve puntos con el comando List 1: {A, B, C, D, E, F, G, H, I}
- Introducir desde la opción entrada el comando Sequence (Sequence(Segment(Element(list1,i), Element(list1,j)), j, 1,9),i, 1, 9)
- Es importante que al construir nuevos puntos, éstos estén dentro de la fórmula de construcción de redes.

Figura 1.

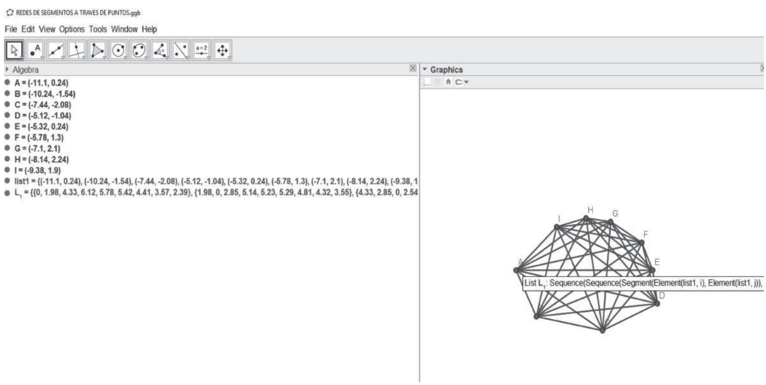


Figura 1. Redes con puntos en GeoGebra
Fuente: Elaboración propia

Elaboración de la Segunda actividad

El objetivo de la segunda actividad es el de construir una mándala a partir de la opción de Listas y Secuencias. Para esto, se desarrollará una mándala a través de la construcción de una circunferencia y la herramienta de listas y secuencias que ofrece GeoGebra.

Los pasos de construcción son los siguientes:

- Crear un polígono regular, cuyo número de lados sea 18 (este número es opcional), mientras se construyan más ladosse tendrá una construcción más densa de la mándala.
- Relacionar los 18 puntos a partir de opción de Listas List 1: {A, B, C, D, E, F, G, H, I,….}.
- Escribir desde la entrada de GeoGebra la fórmula de Secuencias, Listas y Segmentos para los 18 puntos. Sequence(Sequence(Segment(Element(list1, i), Element(list1,j)), j, 1,18), i, 1,18).
- La figura que se construye luego de aplicar la fórmula anterior es el diseño de una mándala elaborada por los puntos construidos.

Figura 2.

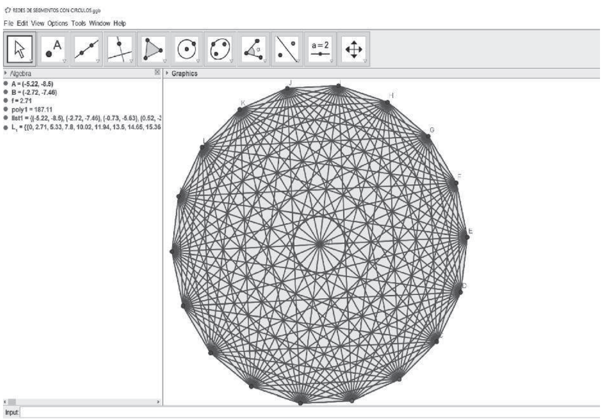


Figura 2. Redes en un círculo en GeoGebra
Fuente: Elaboración propia

Figura 3.

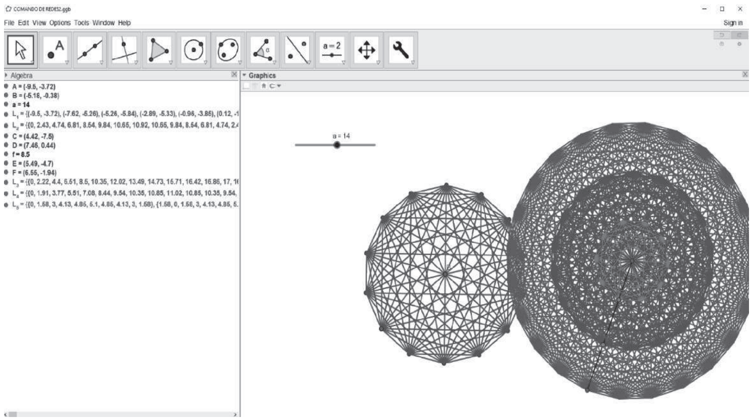


Figura 3. Doble círculo en GeoGebra-mándalas
Fuente: Elaboración propia

Elaboración de la Tercera actividad

El objetivo de la tercera actividad es construir una mándala a partir de la opción de deslizador y rotación. Para esto, se requiere ubicar un deslizador y una circunferencia en GeoGebra.

Los pasos son los siguientes:

- Construir dos puntos en A y B.
- Construir un deslizador: a=1 con un mínimo de 3 y máximo 24 puntos (este máximo de puntos es variable).
- Introducir desde la entrada de GeoGebra la fórmula de Sequence[rota[A,i*2pi/a, B], i, 0, a]. Lo anterior permitirá el desarrollo de puntos hasta el punto número 24.

Desde la entrada de GeoGebra se debe incluir la opción de Sequence(Sequence(Segment(Element(List1,i), Element(List1, j)), j, 1, a), i, 1, a)

La figura construida del mándala será la siguiente:

Figura 4.

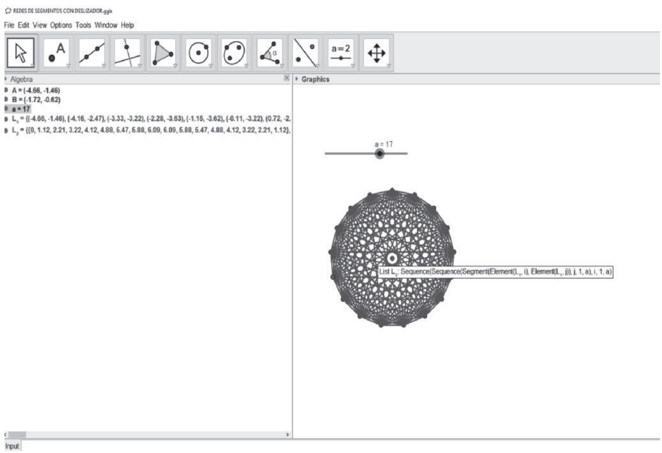


Figura 4. Mándala con el uso de deslizador con GeoGebra
Fuente: Elaboración propia

Conclusiones

El trabajo que se realiza en la Universidad Nacional de Educación, la práctica pre profesional con los estudiantes de la carrera de Educación Intercultural Bilingüe y la investigación en matemática permitió la necesidad de realizar matemáticas a partir de los saberes y conocimientos ancestrales de los pueblos, grupos y etnias del Ecuador.

Para el 2016 surgen los cursos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas I y II en la carrera de Educación Intercultural Bilingüe EIB en los que se trabaja el programa de Etnomatemática a partir de procesos étnicos y de sus dimensiones. Estos procesos se establecen como las actividades propias de los grupos, pueblos y etnias que se relacionan con el contar, medir, localizar, jugar, diseñar y explicar. En cuanto a las dimensiones se aborda lo conceptual, lo cognitivo, lo educativo, lo epistemológico, lo histórico y lo político.

El caso de Ecuador no solo es rico en diversidad biológica sino también en una diversidad cultural que debe ser entendida como una oportunidad para el desarrollo y no como una excusa para el aumento de desigualdades. Esta diversidad nos permite entender las diferentes epistemes, sistemas filosóficos y matemáticos concebidos en las diferentes culturas del Ecuador y del mundo. En ese sentido, es necesario atenuar aquellas deferencias y plantear estrategias que ayuden a fomentar el desarrollo de los individuos (estudiantes de EIB).

En conclusión, trabajar la Etnomatemática con el uso de GeoGebra se hace fundamental para integrar conocimientos ancestrales a través de la construcción dinámica del software desde un aprendizaje significativo de los tejidos y mándalas ancestrales.

Referencias bibliográficas

Carrillo de Albornoz, A. & Llamas, I. (2009). *GeoGebra. Mucho más que geometría dinámica*. Madrid: RA-MA Editorial.

Rosario, H., Scott, P. & Vogeli, B. (Eds.). (2015). *Mathematics and Its Teaching in the Southern Americas. Singarure:* World Scientific Publishing.

Bishop, A. (1999). Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona: Paidós.

Ávila, A. (2014). La Etnomatemática en la educación indígena: así se concibe, así se pone en práctica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática,* 7 (1), 19-49. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274030901002

Blanco, H. (2006). La Etnomatemática en Colombia. Un programa de construcción (M Borba, Ed). *Revista BOLEMA: Boletin de Educacao Matematica,* 19(26), 49-75. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/961/1/La_etnomatematica_en_Colombia.pdf.

D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas. Entre las tradiciones y la modernidad.* (2da Ed.). México: Ediciones Díaz de Santos.

Fuentes Leal, C.C. (2014). Algunos enfoques de investigación en Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática,* 7(1), 155-170. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/2740/274030901007.pdf

Lizarzaburu, A., y Zapata, G. (2001). *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos.* España. Ediciones Morata.

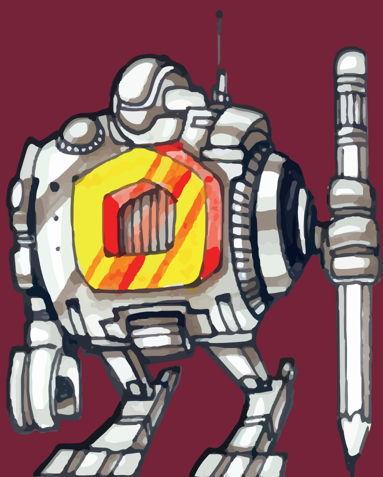
Ministerio de Educación (2013). Modelo de Educación Intercultural Bilingüe. Quito-Ecuador.

Plana N. (s.f.). Etnomatemáticas. Barcelona, 1-9. Recuperado de http://pagines.uab.cat/nuria_planas/sites/pagines.uab.cat.nuria_planas/files/etnomatematicas_PROTEGIDO.pdf

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

70 OEI 1949 - 2019

GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para todos los niveles del sistema educativo, creado por Markus Hohenwarter en 2001. Conjuga geometría, álgebra, análisis, estadística y probabilidades en un único conjunto sencillo y amigable a nivel operativo, que facilita el aprendizaje del estudiante de forma visual, interactiva y creativa. A su vez, potencia en el docente la comprensión del uso del software como recurso didáctico para el proceso, creación, y recreación de conocimientos, y contribuye a su adecuada aplicación.



INSTITUTO ECUATORIANO UNAE

El Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) con sede en la Universidad Nacional de Educación (UNAE) es parte del International GeoGebra Institute (IGI) y fue constituido en la celebración del Sexto Día Iberoamericano de GeoGebra, los días 24 y 25 de abril de 2018. Desde esa fecha el IEG desarrolla las Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra y cursos de formación para docentes en el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas.

Editorial UNAE